

2m11.3408.10

Université de Montréal

Violation CP par produit triple et baryogenèse

par
Samuel Giard

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)
en physique

Juin, 2006

© Samuel Giard, 2006.



dc
3
US4
2006
v.0 21



AVIS

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé:

Violation CP par produit triple et baryogenèse

présenté par:

Samuel Giard

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes:

Richard MacKenzie
président-rapporteur

David London
directeur de recherche

Viktor Zacek
membre du jury

Mémoire accepté le

RÉSUMÉ

Il est connu que les corrélations en produit triple (PT) génèrent de la violation CP dans certaines désintégrations de particules à basse énergie. On examine ici la possibilité que les PT contribuent à la violation CP nécessaire à la baryogenèse. On montre par un modèle simple que de tels termes surviennent naturellement dans l'amplitude au carré de certains processus dans le cadre d'extensions du modèle standard. Néanmoins, on démontre ensuite que les PT ne peuvent amener de contribution à la violation CP dans les scénarios cosmologiques les plus plausibles.

Mots clés : Physique des particules, Cosmologie, Violation CP, Baryogenèse, Produit triple.

ABSTRACT

Triple-product correlations (TP's) are known to generate CP violation in certain low-energy particle decays. Here, we examine the possibility that TP's might lead to the CP violation required for baryogenesis. We show, with a simple model, that TP's naturally occur in the amplitude squared of some processes within the framework of some extensions of the standard model. Nonetheless, we then demonstrate that TP's cannot contribute to CP violation in the most plausible cosmological scenarios.

Key words: Particle physics, Cosmology, CP Violation, Baryogenesis, Triple-Product.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES ABRÉVIATIONS	viii
DÉDICACE	ix
REMERCIEMENTS	x
MOTIVATION	1
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	3
1.1 Baryogenèse	3
1.2 Violation CP	5
1.2.1 Transformations discrètes	6
1.2.2 Contexte historique	7
1.2.3 Explication du Modèle Standard	9
1.2.4 Taux de réaction et transformation CP	11
1.2.5 Phases faibles et phases fortes	13
1.2.6 Violation CP et interférence	14
1.2.7 Violation CP indirecte	15
1.2.8 Discussion	16
1.3 Produits Triples	18
CHAPITRE 2 : BARYOGENÈSE	21
2.1 Rappel	21

2.2	Asymétrie baryonique	23
2.3	Conditions de Sakharov	25
2.3.1	Violation du nombre baryonique	25
2.3.2	Violation CP	28
2.3.3	Écart par rapport à l'équilibre thermodynamique	28
2.4	Scénarios de baryogenèse	32
2.4.1	Les scénarios de désintégration hors équilibre	32
2.4.2	Baryogenèse via la leptogenèse	33
2.4.3	Baryogenèse électrofaible	33
CHAPITRE 3 : VIOLATION CP COSMOLOGIQUE PAR PRODUITS		
	TRIPLES : UN MODÈLE SIMPLE	35
3.1	Étude d'un exemple	36
3.1.1	Le modèle	37
3.1.2	La diffusion $e^+e^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \phi^+$	39
3.1.3	La réaction CP-conjuguée : $e^+e^- \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \phi^-$	43
3.1.4	Les conditions de Sakharov	46
CHAPITRE 4 : ESPACE DES PHASES		48
4.1	Intégration «naïve»	48
4.2	Produits triples dans un contexte de collisionneur	50
4.2.1	Espace de phase d'une diffusion $2 \rightarrow 3$	51
4.2.2	Un argument géométrique	55
4.2.3	Produits triples et vecteurs significatifs	58
4.3	Produits triples dans un contexte cosmologique	59
CONCLUSION		64
ANNEXE I : IDENTITÉS UTILES		ix
BIBLIOGRAPHIE		x

LISTE DES FIGURES

1.1	Désintégration $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ et transformations discrètes \mathcal{P} , \mathcal{C} et \mathcal{CP} .	8
1.2	Représentation schématique d'une diffusion de l'état global i à l'état global f	11
2.1	Représentation schématique des sphalerons.	27
2.2	Exemple d'évolution d'un potentiel effectif lors d'une transition de phase de premier ordre. (Figure modifiée à partir de [25].)	31
2.3	Transition de phase dans l'espace : expansion d'une bulle de phase à symétrie brisée dans une mer de phase symétrique.	31
2.4	Représentation schématique de la baryogenèse via la leptogenèse dans l'espace (B, L) . (a) Production du nombre leptonique N_L ; (b) Conversion en nombre baryonique par les sphalerons.	34
3.1	Règles de Feynman.	38
3.2	Deux diagrammes contribuant à $e^+ e^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \phi^+$	39
3.3	Deux diagrammes contribuant à $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \phi^-$	43
4.1	Diffusion $2 \rightarrow 3$	52
4.2	Factorisation d'une diffusion $2 \rightarrow 3$ par désintégrations successives. Pour les particules composites fictives, on indique la quadri-impulsion ainsi que le carré de la masse invariante.	53
4.3	Dans \mathcal{R}^{1k} , annulation deux à deux des composantes de l'intégrand perpendiculaires à Π_{b2}	57

LISTE DES ABRÉVIATIONS

BSS	brisure de symétrie spontanée
éq.	équation
fig.	figure
GUT	théorie de grande unification
PT	produit triple
réf.	référence



Aux bananes théoriques volantes.

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, il convient de remercier mes collaborateurs pour leur aide et leur patience, mon directeur David London et Katlai Balaji. Un merci spécial à Ken Kiers, qui s'est joint à nous en fin de parcours, pour tous ces aller-retours d'un bout à l'autre du couloir qui ont fait la différence. Je voudrais aussi mentionner l'apport de Richard MacKenzie et Manu Paranjape à la vie académique du GPP-théorique.

Pour sa disponibilité, son optimisme et, évidemment, son expertise informatique appréciée et joyeusement sollicitée dans les corridors du bunker et du V, je suis très reconnaissant à John Idarraga.

Merci aux techniciens de la centrale thermique, qui nous ont probablement fourni la table de ping-pong qui assure quotidiennement l'aération de nos neurones.

Finalement, je rends un hommage chaleureux aux bananes théoriques volantes et aux picassiens qui ont partagé le chemin cahoteux qu'a été le nôtre pendant les deux dernières années.

MOTIVATION

Depuis la nuit des temps, l'être humain s'interroge sur ses origines et celles du monde qui l'entoure. La plupart des peuples de la planète ont développé leur propre cosmologie, regroupant l'ensemble des légendes décrivant la naissance du monde et les débuts de l'existence. Plus récemment, la science a dérobé la cosmologie au domaine de la métaphysique. Si les questionnements propres à la cosmologie restent intacts, on les aborde évidemment sous un angle tout autre. De nos jours, la cosmologie est au coeur des grands problèmes de la physique, et un laboratoire privilégié pour scruter la matière à son niveau le plus fondamental. À ce titre, c'est en interaction étroite avec la physique des particules à hautes énergies que se développe ce domaine.

Le mystère de l'apparition de la matière qui nous compose à partir du néant est un problème fondamental des plus excitants auquel s'attaque cette discipline. Les scénarios qui tentent d'y répondre sont regroupés sous l'appellation de théories de baryogenèse. Ils démontrent merveilleusement les liens étroits et inévitables entre les propriétés fondamentales de la matière et la structure de l'Univers à grande échelle.

Dans ce panorama, une des propriétés de la matière les moins bien comprises est celle de la violation CP, où C est la conjugaison de charge et P, l'inversion de l'espace. Incidemment, cette propriété joue un rôle fondamental pour la genèse du monde tel qu'on le connaît. Actuellement, un des buts premiers de la physique des particules est d'en comprendre l'origine. À basse énergie, il y a déjà plusieurs décennies que des expériences ont démontré l'existence de violation CP dans le système des kaons et, plus récemment, dans des désintégrations de mésons B . Typiquement, les études expérimentales portent sur deux formes d'asymétries, soit la violation CP *directe* ou *indirecte*. On a violation CP directe si on mesure des taux de réaction différents pour un processus et son antiprocessus. De son côté, l'asymétrie CP indirecte apparaît dans les systèmes de mésons neutres, et repose sur l'enchevêtrement (ou le mélange) particule-antiparticule caractéristique de ces

systèmes.

Mais, il existe aussi une autre forme de violation CP qui a reçu considérablement moins d'attention que les deux premières, ce sont les corrélations en produit triple (PT). Dans l'amplitude de transition au carré, ces termes prennent la forme $\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3)$, où les \vec{v}_i sont des spins ou des impulsions. Ces corrélations ont été mesurées dans des désintégrations $B \rightarrow V_1 V_2$, où le méson B peut être neutre ou chargé et les V_i sont des mésons vectoriels.

Par ailleurs, en cosmologie, la violation CP joue aussi un rôle crucial : c'est un élément essentiel pour expliquer l'asymétrie baryonique de l'univers. En effet, en 1967, Andreï Sakharov [1] a identifié trois conditions essentielles à un scénario cosmologique qui prétendrait expliquer l'apparition d'une domination de la matière sur l'antimatière dans l'Univers : (1) l'existence de processus qui ne conservent pas le nombre baryonique, (2) la violation C et CP, (3) un écart par rapport à l'équilibre thermodynamique.

Comme les produits triples peuvent être une source de violation CP à basse énergie, mais qu'ils sont rarement considérés, on en vient alors à se poser la question suivante : «Se pourrait-il que de tels termes en produit triple soient une source de violation CP dans le contexte de la baryogenèse?»

C'est ce qu'on se propose d'étudier dans ce mémoire. Pour ce faire, on commencera par introduire le cadre général dans les deux premiers chapitres. Le premier présente les différents aspects du problème, en s'attardant particulièrement sur la violation CP. Dans le suivant, on brosse un tableau un peu plus approfondi de la baryogenèse. Ensuite, les chapitres 3 et 4 portent sur l'étude spécifique de la question qui motive ce mémoire. Mentionnons que, tout au long, des trois conditions de Sakharov, l'emphasis est mise sur la violation CP par produit triple, bien qu'on examine quand-même les autres conditions.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

En guise d'introduction, on fera ici la présentation des principaux acteurs de ce mémoire. On introduira premièrement le problème de la baryogenèse, en l'insérant dans le contexte des observations astronomiques disponibles. On se limitera à une mise en contexte succincte, puisque différents aspects de la baryogenèse seront abordés dans le prochain chapitre. On discutera ensuite de la violation CP, le développement historique de sa découverte et le formalisme rattaché à ce phénomène. Finalement, on énoncera clairement ce qu'on entend par une corrélation en produit triple et la façon dont elle entraîne une asymétrie CP.

1.1 Baryogenèse

L'Univers observable semble composé exclusivement de matière, sans présence d'antimatière. Sur Terre, les seules concentrations «substantielles» d'antimatière se retrouvent dans les complexes d'accélérateurs de particules bâtis par l'Homme. Si on se tourne vers les cieux, la présence d'antimatière devrait être détectable sous forme de rayonnement gamma. En effet, l'annihilation proton-antiproton produit plusieurs mésons dont les pions neutres qui se désintègrent en deux photons d'énergie pouvant atteindre jusqu'à environ 100 MeV. À l'intérieur du système solaire, les impacts entre astéroïdes, comètes et planètes n'émettent pas de tels rayonnements. On peut donc conclure que le système solaire est aussi composé de matière. Du côté du rayonnement cosmique, on reçoit bien des antiprotons dans une proportion d'environ 10^{-4} par rapport aux protons [2]. Or, ce niveau reste compatible avec l'hypothèse d'une production secondaire lors de collisions des rayons cosmiques avec les gaz et poussières interstellaires, et ne semble pas indiquer la présence primaire d'antimatière dans les sources du rayonnement cosmique. À plus grande échelle, s'il existait des domaines d'antimatière séparés de la matière, cette séparation devrait

être vraiment complète. En effet, à l'interface entre ces domaines, l'annihilation $p\bar{p}$ générerait un rayonnement gamma détectable. À ce sujet, les observations semblent exclure des domaines de dimensions inférieures au gigaparsec [3], ce qui représente une portion significative de l'Univers observable. Étant donnée l'absence de mécanisme plausible pour séparer la matière de l'antimatière sur de telles distances, ajoutée à certains problèmes reliés à la causalité au début de l'Univers, il est plus naturel de présumer que l'Univers est composé exclusivement de matière. Une fois qu'on a accepté que l'Univers a un nombre baryonique non-nul, on en vient à se demander comment cela a pu arriver. Deux choix s'offrent évidemment à nous. Ou bien ce fait est une donnée fondamentale (i.e. une condition initiale), ou bien la prédominance de la matière s'est développée de manière dynamique, à partir d'un univers de nombre baryonique nul ou même arbitraire.

La première option n'est pas attrayante pour plusieurs raisons. Notamment, le fait suivant : bien qu'aujourd'hui l'asymétrie baryons-antibaryons nous apparaisse totale, à des temps s'approchant du Big Bang, l'Univers était dans un état bien différent, celui d'une «soupe» hautement énergétique de particules et d'antiparticules où le déséquilibre en faveur des particules était infime¹. Que ce déséquilibre infime soit une donnée primordiale de l'Univers qu'on devrait imposer sans autre explication pour obtenir le nombre baryonique actuel n'est certainement pas tellement satisfaisant (ce serait ce qu'il est commun d'appeler du «*fine tuning*»). De plus, dans un scénario cosmologique où l'Univers passe par une période d'inflation, toute asymétrie préinflationnaire sortirait hautement diluée de l'expansion exponentielle, donc insuffisante à expliquer le présent état des choses².

Dans ce qui suit, on s'intéressera aux scénarios où l'asymétrie baryonique apparaît dynamiquement à partir de conditions «baryosymétriques» ou même à partir d'une asymétrie quelconque. C'est ce qu'on appelle la baryogenèse.

¹On donnera quelques détails quantitatifs à ce sujet à la section 2.2

²D'un autre angle, on pourrait aussi dire que le nombre baryonique actuel est incompatible avec une origine préinflationnaire, car son extrapolation dans le passé détruirait l'expansion exponentielle avant qu'elle n'ait le temps d'opérer. Ainsi, une période d'inflation requiert une origine dynamique à l'asymétrie baryonique. Pour plus de détails, voir par exemple la réf. [4].

Comme on l'a déjà mentionné, pour réaliser la baryogenèse, les trois conditions de Sakharov doivent être réunies à une certaine époque de l'histoire de l'Univers³ :

- **Violation du nombre baryonique(B)** : Cette condition va de soi. Si, à un certain point, l'Univers a une charge baryonique nulle, il restera indéfiniment ainsi à moins qu'il existe des mécanismes qui ne conservent pas le nombre baryonique.
- **Violation de C et CP** : Une particule et son antiparticule possèdent des nombres baryoniques opposés. Si la nature est symétrique sous C ou CP , alors les taux de réactions d'un processus et de son antiprocessus sont égaux. Ainsi, toute création baryonique par un processus sera exactement compensée par la création d'un nombre baryonique opposé par l'antiprocessus. Donc, sans la violation de C et CP , la charge baryonique globale de l'Univers reste constante, malgré la présence de violation de B .
- **Écart par rapport à l'équilibre thermodynamique** : Cette condition est moins directe. On y reviendra plus bas, mais résumons ainsi : à une époque où le nombre baryonique n'est pas conservé, les densités de baryons (n_b) et d'antibaryons ($n_{\bar{b}}$) sont égales si on se trouve dans des conditions d'équilibre thermique. Alors, on ne peut s'attendre à avoir $n_b \neq n_{\bar{b}}$ que si l'Univers a connu une époque où coexistaient des conditions thermiques hors équilibre et la violation de B , C et CP .

1.2 Violation CP

Dans cette section, on donne les bases du langage et du formalisme nécessaires à l'analyse de la violation CP .

³En fait, aucune de ces conditions n'est absolument nécessaire [4], mais les scénarios les plus naturels supposent qu'elles sont remplies. Des scénarios plus exotiques peuvent s'en passer, mais avec certains coûts, par exemple l'abandon de l'invariance CPT . Ici, nous nous restreindrons aux baryogenèses respectant les conditions de Sakharov.

1.2.1 Transformations discrètes

Il existe trois transformations discrètes d'une importance fondamentale en physique des particules. Ce sont l'inversion du temps (\mathcal{T}), l'inversion de l'espace (ou parité) (\mathcal{P}) et la conjugaison de charge (\mathcal{C})⁴. Physiquement, \mathcal{T} inverse la progression du temps, donc aussi la direction du mouvement, \mathcal{P} inverse l'espace, alors que \mathcal{C} change les particules en antiparticules.

Donc, l'effet de ces transformations sur les quadrivecteurs qui nous seront utiles est le suivant :

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \xrightarrow{\mathcal{T}} x^\mu_{\mathcal{T}} = (-t, \vec{x}) \quad (1.1)$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\mathcal{T}} p^\mu_{\mathcal{T}} = (E, -\vec{p}) \quad (1.2)$$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \xrightarrow{\mathcal{P}} x^\mu_{\mathcal{P}} = (t, -\vec{x}) \quad (1.3)$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\mathcal{P}} p^\mu_{\mathcal{P}} = (E, -\vec{p}) \quad (1.4)$$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \xrightarrow{\mathcal{C}} x^\mu_{\mathcal{C}} = (t, \vec{x}) \quad (1.5)$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\mathcal{C}} p^\mu_{\mathcal{C}} = (E, \vec{p}) \quad (1.6)$$

Pour ce qui est du spin, ses composantes vectorielles se comportent évidemment comme un moment cinétique ($\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p}$). Plus généralement, dans son référentiel au repos, le quadrivecteur de spin s^μ prend la forme $s^\mu = (0, \hat{s})$, où $\hat{s} \cdot \hat{s} = 1$. Alors, dans un référentiel où la particule a une impulsion \vec{p} , la forme générale du quadrivecteur de spin est donnée par [5] :

$$s^\mu = \left(\frac{\hat{s} \cdot \vec{p}}{m}, \hat{s} + \frac{\hat{s} \cdot \vec{p}}{m(E + m)} \vec{p} \right). \quad (1.7)$$

⁴Remarque sur la notation, on utilise le style caligraphique pour désigner les *opérateurs* des transformations discrètes. Par contre, on garde le style romain lorsque celles-ci sont utilisées dans des expressions, comme par exemple «violation CP» ou «état CP-conjugué».

On déduit des relations précédentes :

$$s^\mu = (s^0, \vec{s}) \xrightarrow{\mathcal{T}} s_T^\mu = (s^0, -\vec{s}) \quad (1.8)$$

$$s^\mu = (s^0, \vec{s}) \xrightarrow{\mathcal{P}} s_P^\mu = (-s^0, \vec{s}) \quad (1.9)$$

$$s^\mu = (s^0, \vec{s}) \xrightarrow{\mathcal{C}} s_C^\mu = (s^0, \vec{s}) \quad (1.10)$$

En mettant tout cela ensemble :

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \xrightarrow{\mathcal{CP}} \underline{x}^\mu = (t, -\vec{x}) \quad (1.11)$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\mathcal{CP}} \underline{p}^\mu = (E, -\vec{p}) \quad (1.12)$$

$$s^\mu = (s^0, \vec{s}) \xrightarrow{\mathcal{CP}} \underline{s}^\mu = (-s^0, \vec{s}) \quad (1.13)$$

1.2.2 Contexte historique

On a longtemps présumé, sans grand questionnement, que ces trois transformations discrètes étaient des symétries de la nature. Il paraissait tout naturel qu'il en soit ainsi. Mais en 1956, motivés par le «casse-tête des particules θ et τ », Lee et Yang [6] furent amenés à proposer de vérifier expérimentalement cette proposition⁵. On découvrit alors que l'interaction faible n'est pas invariante sous inversion de l'espace. En fait, on se rendit bientôt compte que \mathcal{P} , tout comme \mathcal{C} , sont maximale-ment violées par la force faible.

Un bel exemple de ce fait survient dans la désintégration du pion (spin 0) [7], $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (fig. 1.1). Puisque le pion est de spin 0, les spins de l'antimuon et du neutrino doivent être dans des directions opposées par conservation du moment cinétique. L'invariance sous \mathcal{P} voudrait que l'alignement du spin de l'antimuon avec son impulsion (i.e. son hélicité) soit aussi souvent parallèle qu'antiparallèle (fig 1.1a, c). Mais on observe seulement des antimuons gauchers (i.e. antiparallèles). De même, l'invariance sous \mathcal{C} demande que, si tous les antimuons sortent gauchers de $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, alors il devrait en être de même pour les muons produits par

⁵Dans le cas des particules θ et τ , c'est l'invariance sous parité qui était en jeu.

$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ (le spin est invariant sous \mathcal{C}) (fig. 1.1b). Or, c'est exactement l'opposé qui arrive, tous les muons sortent droitiers!

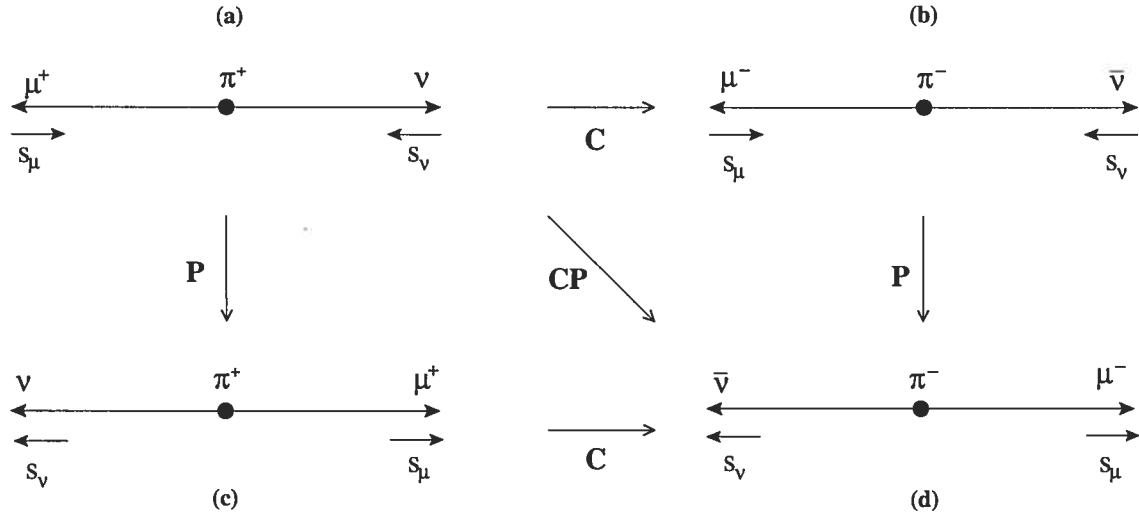


FIG. 1.1 – Désintégration $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ et transformations discrètes \mathcal{P} , \mathcal{C} et \mathcal{CP} .

Remarquez qu'on mentionne ici l'hélicité de l'antimuon car c'est celle qu'on mesure, mais la présence du neutrino est cruciale dans l'expérience. L'hélicité du neutrino peut être inférée à partir de celle de l'antimuon ; on conclut que les neutrinos sont *toujours gauchers* (c'est pour cela qu'on dit que \mathcal{P} est maximale violée), ce qui force les antimuons à l'être aussi dans ces désintégrations, par conservation du moment cinétique.

Ainsi, seuls les neutrinos d'hélicité gauche (ν_L) interagissent par la force faible. Les neutrinos droitiers (ν_R) sont complètement découplés et n'entrent pas en relation avec notre monde (donc on ne les observe pas). Ceci montre clairement que l'interaction faible n'est pas invariante sous \mathcal{C} ni \mathcal{P} , puisque $\nu_L \xrightarrow{\mathcal{P}} \nu_R$, $\nu_L \xrightarrow{\mathcal{C}} \bar{\nu}_L$ mais on observe pas de ν_R ni de $\bar{\nu}_L$. Par contre, $\nu_L \xrightarrow{\mathcal{CP}} \bar{\nu}_R$ et $\bar{\nu}_R$, lui, est bien observé.

En somme, cet épisode démontrait bien qu'on ne peut s'en remettre au bon sens ou à l'esthétique pour déterminer si une transformation est une symétrie de la nature. Seul l'expérience permet de le faire. On se retrouvait alors dans la situation suivante : toutes les observations montraient que les forces électromagnétique et

forte sont invariantes sous \mathcal{C} et \mathcal{P} , alors que la force faible est maximale-ment asymétrique sous ces transformations. Mais, au grand réconfort de plusieurs, on eut tôt fait de remarquer que la combinaison de \mathcal{C} et \mathcal{P} semblait «rétablir» l'invariance de la force faible. En effet, l'action combinée de \mathcal{CP} transforme un antimuon gaucher en muon droitier, comme on l'observe dans $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ (fig. 1.1d).

Malgré ce premier avertissement, le choc fut entier lorsqu'en 1964, on observa [8] des désintégrations du kaon (K_L) (via l'interaction faible) qui brisaient l'invariance CP. Fait nouveau, tandis que \mathcal{P} et \mathcal{C} étaient maximale-ment violées par la force faible, l'asymétrie CP découverte était minuscule. Un exemple clair de cette particularité (bien que ce ne soit pas historiquement l'observation qui révéla la violation CP) se trouve dans les taux de désintégrations suivants [9] :

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \pi^-)}{\Gamma(K_L \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \pi^+)} \approx 1,006 \neq 1 \quad (1.14)$$

Bien loin du déséquilibre total qui survient sous \mathcal{P} et \mathcal{C} dans la désintégration du pion décrite ci-haut !

1.2.3 Explication du Modèle Standard

Une fois qu'on eut établi l'existence de violation CP, il devint nécessaire de trouver un cadre théorique dans lequel intégrer cette brisure de symétrie. Le modèle retenu est celui qui fut proposé en 1973 par Kobayashi et Maskawa [10].

Ce modèle repose sur deux éléments essentiels : (i) la réalisation que les états propres de masse des quarks et leurs états propres de jauge (pour l'interaction faible) ne sont pas identiques, (ii) le postulat de l'existence d'une troisième famille de quarks.

Ces deux éléments entraînent l'introduction d'une matrice unitaire, la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), dans les termes d'interaction entre les W et les quarks, lorsque ceux-ci sont exprimés dans la base des états propres de masse.

$$\mathcal{L}_W^{(q)} = \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{U}_L \gamma^\mu V D_L + W_\mu^- \bar{D}_L \gamma^\mu V^\dagger U_L), \quad (1.15)$$

où V est la matrice CKM, U_L regroupe les trois spineurs des quarks de type «up», et D_L ceux de type «down»⁶ :

$$V \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad U_L \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, \quad D_L \equiv \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}.$$

Cette matrice unitaire contient une phase complexe irréductible, et (comme on le verra plus bas) c'est celle-ci qui permettait d'expliquer la violation CP rencontrée chez les kaons.

Mais, si l'ansatz de Kobayashi-Maskawa présentait une description satisfaisante de la phénoménologie de la violation CP observée dans le système des kaons, pour réellement vérifier ce modèle, il était nécessaire de tester les *prédictions* de celui-ci. Au début des années 1980, on réalisa [11, 12] que la matrice CKM prédisait de grands effets de violation CP dans les mésons B . Or, pendant plus de trois décennies, les seuls signes attestés d'asymétrie CP se limitèrent aux différentes désintégrations de kaons impliquant le mélange $K^0 - \bar{K}^0$ qui reposaient sur un seul paramètre.

La confirmation, en 1999 [13], de l'existence de violation CP directe dans les kaons modifia cet état des choses. Puis, à partir de 2001 apparurent les premiers signes de violation CP dans le système des mésons B [14]. Ceux-ci confirmèrent qu'il est possible de violer «*sévèrement*» CP ; il n'y a pas de raison profonde pour que l'asymétrie soit minuscule, comme pour les kaons⁷. Jusqu'à maintenant, toute la phénoménologie est compatible avec les prédictions de la matrice CKM, qui est par le fait même passée du statut d'ansatz à celui de théorie vérifiée expérimentalement.

⁶Comme précédemment, l'indice L indique l'hélicité (ou la chiralité) gauche (\vec{p} et \vec{s} antiparallèles). Plus formellement, $u_L = (1/2)(1 - \gamma_5)u$, $u_R = (1/2)(1 + \gamma_5)u$, etc. On voit que seul la chiralité gauche interagit dans les courants chargés de l'interaction faible.

⁷Le fait qu'elle soit si petite pour les kaons s'explique dans le cadre de l'ansatz de KM par un «concoure de circonstances» relié aux rapports des masses entre les quarks des deux premières familles et ceux de la troisième. La situation est différente pour les mésons B , dû à la présence du quark b , membre de la troisième famille.

1.2.4 Taux de réaction et transformation \mathcal{CP}

Attardons-nous maintenant à développer un formalisme de la violation \mathcal{CP} . On s'intéresse à la diffusion ou la désintégration de l'état initial i et de son état conjugué sous \mathcal{CP} \bar{i} vers les états finals f et \bar{f} (fig.1.2).

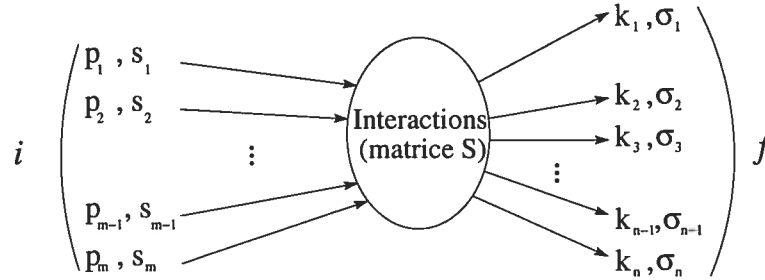


FIG. 1.2 – Représentation schématique d'une diffusion de l'état global i à l'état global f .

Lors d'une diffusion ou d'une désintégration, les m particules libres représentées par les états asymptotiques d'impulsions et de spins bien définis $|\vec{p}_1, \vec{s}_1\rangle, |\vec{p}_2, \vec{s}_2\rangle, \dots$ (ou l'état global $|i\rangle = |\vec{p}_1, \vec{s}_1\rangle |\vec{p}_2, \vec{s}_2\rangle \dots$) entrent en interaction. Le résultat final des interactions est un ensemble de n particules libres représentées par $|\vec{k}_1, \vec{\sigma}_1\rangle, |\vec{k}_2, \vec{\sigma}_2\rangle, \dots$ (ou l'état global $|f\rangle = |\vec{k}_1, \vec{\sigma}_1\rangle |\vec{k}_2, \vec{\sigma}_2\rangle \dots$). La dynamique qui régit les interactions reliant les particules initiales aux particules finales est représentée par la matrice de diffusion (S), définie comme la limite asymptotique de l'opérateur d'évolution $U(t_f, t_i) \equiv \exp\left(-i \int_{t_i}^{t_f} H(t') dt'\right)$:

$$\begin{aligned} S &= \lim_{t_f \rightarrow \infty} \lim_{t_i \rightarrow -\infty} U(t_f, t_i) \\ &= 1 + iT. \end{aligned} \tag{1.16}$$

Ici, on a séparé la partie triviale (sans interaction) de la partie d'interaction T ⁸.

⁸Remarquez bien qu'ici, T représente un opérateur d'interaction, à ne pas confondre avec \mathcal{T} , l'opérateur d'inversion du temps. Ces notations étant assez standards, il semble préférable de les garder telles quelles.

La probabilité de transition, $\mathcal{P}(i \rightarrow f)$, est reliée à l'amplitude de transition, $\langle f|T|i \rangle$: la probabilité de passer de l'état i à un état où les particules finales ont une impulsion située dans une région d^3k_1, d^3k_2, \dots autour des impulsions $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots$ de l'état f , est donnée par la relation

$$\mathcal{P}(i \rightarrow f) = \prod_{j=1}^n \frac{d^3k_j}{(2\pi)^{3n} 2E_{k_j}} |\langle f|T|i \rangle|^2. \quad (1.17)$$

Par ailleurs, on peut réécrire

$$|\langle f|T|i \rangle|^2 = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum k_j - \sum p_i) |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \quad (1.18)$$

où, dans le formalisme perturbatif des diagrammes de Feynman, $-i\mathcal{M}(i \rightarrow f)$ représente la somme des amplitudes associées aux diagrammes de Feynman contribuant au processus $i \rightarrow f$, en se limitant à l'ordre perturbatif qui nous intéresse. On appelle cette quantité l'*élément de matrice invariant* (ou plus simplement l'*amplitude*) du processus. Remarquez que la relation (1.18) sépare explicitement la partie dynamique (d'interaction) de la partie cinématique (conservation d'énergie-impulsion assurée par le delta de Dirac).

Dans une expérience de diffusion, les quantités mesurables sont, par exemple, des taux de réaction par particule, $\Gamma(i \rightarrow f)$, ou encore des sections efficaces, $\sigma(i \rightarrow f)$. La section efficace pour une collision entre deux faisceaux est donnée par :

$$\begin{aligned} \sigma(i \rightarrow f) &= \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \\ &\int \prod_{j=1}^n \frac{d^3k_j}{(2\pi)^{3n} 2E_{k_j}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum k_f - \sum p_i) |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2. \end{aligned} \quad (1.19)$$

L'invariance CP impose, pour ces quantités,

$$\begin{aligned} \sigma(i \rightarrow f) &= \sigma(\bar{i} \rightarrow \bar{f}), \\ \text{ou encore} \quad \Gamma(i \rightarrow f) &= \Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f}). \end{aligned} \quad (1.20)$$

C'est à dire que, pour un processus donné, si on observe $\sigma(i \rightarrow f) \neq \sigma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})$ ou $\Gamma(i \rightarrow f) \neq \Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})$, on a violation CP dans cette réaction.

Remarquons en passant qu'une condition nécessaire (mais pas suffisante!) à l'apparition de violation CP est que $|\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \neq |\mathcal{M}(\bar{i} \rightarrow \bar{f})|^2$. En effet, comme les masses d'une particule et de son antiparticule sont identiques, l'espace de phase (la région d'intégration) est le même dans les deux cas.

1.2.5 Phases faibles et phases fortes

Comme on le verra bientôt, les phases jouent un rôle crucial dans les phénomènes de violation CP. Cependant toute phase n'est pas nécessairement significative et il sera utile d'identifier clairement celles dont la présence peut entraîner des asymétries CP. Seul les phases invariantes sous rephasage peuvent avoir un sens physique. En effet, $|\psi\rangle$ et $e^{i\theta}|\psi\rangle$ représentent exactement le même état ; nous sommes libres de choisir θ comme il nous convient et cette phase ne saurait jouer quelque rôle observable que ce soit.

De même, une amplitude de transition, $\langle f|T|i\rangle$, et, de manière équivalente, un élément de matrice invariant, $\mathcal{M}(i \rightarrow f)$, comportent une phase globale arbitraire. Imaginons maintenant une amplitude résultant de la somme des contributions de deux processus, $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$. Chacune des contributions comporte une phase complexe, mais un rephasage de l'amplitude globale \mathcal{M} laisse invariante la phase relative entre ces deux composantes. Ce sont ces phases relatives — étant invariantes sous rephasage — qui sont physiquement significatives et donc susceptibles d'être une source de violation CP.

On peut distinguer deux types de phases relatives introduites dynamiquement lors d'interactions :

- **phases faibles ou CP-impaires** : Ce sont celles dont les signes sont opposés pour l'amplitude d'un processus et de son processus CP-conjugué. Les phases faibles surviennent habituellement lorsqu'on a des constantes de couplage complexes dans le lagrangien. Comme le lagrangien est hermitique, si une constante de couplage α se présente dans un processus, alors c'est α^* qui

intervient dans le processus CP-conjugué : la phase change de signe sous \mathcal{CP} . Dans le Modèle Standard, c'est la matrice CKM qui est à l'origine des constantes de couplage complexes.

- **phases fortes ou CP-paires** : Ce sont celles dont le signe est le même pour l'amplitude d'un processus et de son processus CP-conjugué. Les phases fortes apparaissent par exemple lors d'interactions entre états finals. Une origine typique de cette classe de phase dynamique est l'interaction entre quarks lors du processus d'hadronisation (force forte)⁹.

1.2.6 Violation CP et interférence

Pour qu'un processus de diffusion ou de désintégration donne lieu à la violation CP, il n'est pas suffisant que l'amplitude comporte des phases faible et/ou forte. En effet, comparons

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= Ae^{i(\delta+\phi)} \\ \overline{\mathcal{M}} &= Ae^{i(\delta-\phi)},\end{aligned}\tag{1.21}$$

où A est un nombre réel positif, δ est une phase forte et ϕ , une phase faible. Comme $|\mathcal{M}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}|^2 = A^2 - A^2 = 0$, ici \mathcal{CP} est conservée malgré la présence de ces phases.

Il est nécessaire que plusieurs amplitudes entrent en jeu, puisqu'alors il y a présence de phases relatives, physiquement significatives. Imaginons maintenant que deux diagrammes de Feynman contribuent à un processus. Alors,

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 = A_1 e^{i(\delta_1+\phi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2+\phi_2)} \\ \overline{\mathcal{M}} &= \overline{\mathcal{M}}_1 + \overline{\mathcal{M}}_2 = A_1 e^{i(\delta_1-\phi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2-\phi_2)},\end{aligned}\tag{1.22}$$

où les δ_j, ϕ_j sont respectivement les phases forte et faible de l'amplitude j . On

⁹Il est important de noter que l'appellation 'faible' et 'forte' n'indique pas que l'origine de ces phases est nécessairement dans l'interaction faible et forte respectivement. Elle identifie seulement la manière dont une phase se transforme sous \mathcal{CP} .

trouve ainsi

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= 2A_1A_2 [\cos((\delta_1 - \delta_2) + (\phi_1 - \phi_2)) - \cos((\delta_1 - \delta_2) - (\phi_1 - \phi_2))] \\
 &= -4A_1A_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\phi_1 - \phi_2) \\
 &\equiv -4A_1A_2 \sin(\Delta\delta) \sin(\Delta\phi)
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

On conclut que, pour obtenir une violation CP de cette façon, les phases fortes autant que les phases faibles des amplitudes qui interfèrent doivent être différentes : $(\delta_1 \neq \delta_2)$ et $(\phi_1 \neq \phi_2)$.

Maintenant, lorsqu'il s'agit de comparer avec un signal expérimental, une telle «asymétrie» ne suffit pas, on doit plutôt comparer des quantités observables dérivées de (1.23) : des sections efficaces, des sections efficaces différentielles ($\frac{d\sigma}{d\Omega}$), des taux de désintégration, etc. Tout de même, l'observation de signaux de violation CP au niveau de ces quantités est tributaire de l'existence d'une asymétrie au niveau des amplitudes.

1.2.7 Violation CP indirecte

Jusqu'à maintenant dans cette section, on a discuté de violation CP directe seulement. Dans les systèmes de mésons neutres (notamment les $K^0 - \overline{K}^0$ et $B^0 - \overline{B}^0$), il en existe un autre type : la violation CP indirecte. Historiquement, c'est ce type de signal qui fut découvert en premier dans les désintégrations de kaons neutres.

Pour rester général, appelons nos mésons neutres P^0 et \overline{P}^0 . Comme ni la conservation de charge ni aucune loi de conservation respectée par la force faible ne le prévient, P^0 et \overline{P}^0 peuvent avoir des transitions de l'un à l'autre ainsi que vers des états communs n . Ceci entraîne une conséquence intéressante : un état P^0 peut se transformer en un état \overline{P}^0 et réciproquement, grâce aux transitions $P^0 \leftrightarrow \overline{P}^0$ et $P^0 \leftrightarrow n \leftrightarrow \overline{P}^0$. C'est-à-dire que P^0 et \overline{P}^0 oscillent d'un à l'autre, ou se mélangent. Un faisceau formé initialement de P^0 sera un instant plus tard formé d'un mélange de $P^0 - \overline{P}^0$.

Prenons un faisceau initial de P^0 (respectivement $\overline{P^0}$), et désignons par $P^0(t)$ ($\overline{P^0}(t)$) l'état de ce faisceau un temps t plus tard. Comme $P^0(t)$ est en fait constitué d'un mélange de $P^0 - \overline{P^0}$, la désintégration de P^0 vers un état final f commun aux deux mésons neutres peut procéder ou bien directement, $P^0 \rightarrow f$, ou indirectement, $P^0 \rightarrow \overline{P^0} \rightarrow f$.

L'interférence entre les deux amplitudes contribuant à cette désintégration peut générer de la violation CP. Pour étudier ceci, on compare les taux de désintégration $\Gamma(P^0(t) \rightarrow f)$ et $\Gamma(\overline{P^0}(t) \rightarrow f)$; des taux différents sont un signe de violation CP indirecte.

Résumé

En somme, dans cette section on a posé les bases nécessaires pour analyser les phénomènes de violation CP. On a vu que pour l'apparition de tels phénomènes, on doit avoir au moins deux amplitudes qui interfèrent, lesquelles comportent, dans le cas direct, différentes phases faibles et fortes. De plus, même si les éléments de matrice invariants présentent une asymétrie, encore faut-il que cette asymétrie soit présente dans les quantités observables, par exemple une section efficace ou un taux de désintégration. On a ensuite esquissé les bases de la violation CP indirecte, phénomène limité aux systèmes de mésons neutres, puisqu'il dépend de l'oscillation caractéristique à ces particules. Finalement, notons que le troisième type de violation CP mentionné au tout début, les produits triples, n'a pas été discuté ici. C'est qu'il fera l'objet de la prochaine section.

1.2.8 Discussion

Bien qu'il semble naturel que les transformations discrètes \mathcal{C} , \mathcal{P} et \mathcal{T} soient des symétries de la nature, cette présomption souffrait en fait du manque de vérification expérimentale. Lorsqu'on s'y intéressa, \mathcal{P} et \mathcal{C} tombèrent de leur piédestal. Puis la «symétrie» CP sembla sauver la situation, mais ce fut de courte durée. Durant les années 60, on découvrit plusieurs types de désintégrations des kaons

qui ne respectaient pas la symétrie CP. Curieusement, l'écart par rapport au cas symétrique est infime, ce qui rend la violation CP difficile à mesurer, mais surtout, ceci laisse entrevoir qu'il y a quelque chose de plus fondamental à la violation CP que les simples violations de \mathcal{P} et \mathcal{C} , qui sont maximales pour la force faible.

Du côté de la «compréhension» théorique de la violation CP, un modèle explicatif fut proposé en 1973, le modèle de Kobayashi et Maskawa. C'est par la matrice CKM qu'on introduit l'équivalent de constantes de couplage complexes dans le lagrangien, donc des phases faibles nécessaires à la violation CP. Plus récemment, la découverte de violation CP directe dans les kaons et de signaux d'asymétrie chez les B ont confirmé l'ansatz KM, qui est maintenant une théorie vérifiée.

Mais tout n'est pas réglé pour autant. Tout en rendant compte de toutes les mesures expérimentales, le modèle standard de la physique des particules (i.e. la théorie de jauge locale $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$), ayant intégré la matrice CKM, ne résout pas certains grands mystères. Notamment, celui de la structure hiérarchique de la matrice CKM, du pourquoi de trois familles de quarks et de leptons, ou celui du «problème CP de l'interaction forte»¹⁰. D'un autre côté, l'observation de l'oscillation des neutrinos ouvre la voie à la violation CP dans le secteur des leptons, un domaine qui n'est pas couvert par la matrice CKM et reste largement inexploré. Finalement, si le modèle standard rend compte de la phénoménologie de la violation CP à basse énergie avec un très haut niveau de précision, on sait aussi qu'un mécanisme de type KM est insuffisant pour expliquer l'asymétrie matière-antimatière de l'univers (voir plus bas). Les scénarios de baryogenèse doivent recourir à une dynamique au-delà du modèle standard, où de nouvelles sources de violation CP sont permises et ces nouvelles sources doivent supporter une asymétrie suffisante à expliquer le nombre baryonique de l'Univers tout en étant compatible avec les données actuelles à basse énergie.

¹⁰La force forte conserve CP à un haut degré de précision, or, la théorie de jauge qui régit cette interaction, la chromodynamique quantique (CDQ), n'est pas naturellement invariante sous CP. Comme le dit l'adage si souvent réalisé en physique des particules : «Tout ce qui n'est pas interdit est obligatoire.» Il semble qu'un mécanisme qui nous échappe doit imposer l'invariance CP à la CDQ.

1.3 Produits Triples

Comme il a été dit plus haut, ce qu'on nomme corrélations en produit triple (ou plus simplement *produits triples*) sont des termes de la forme $\vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3)$, où les \vec{v}_i sont des spins ou des impulsions. Ils interviennent dans les termes d'interférence de l'amplitude au carré de certains processus. En fait, les produits triples apparaissent dans l'amplitude carrée sous la forme explicitement «invariante de Lorentz»

$$\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \equiv \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} v_1^\mu v_2^\nu v_3^\rho v_4^\sigma. \quad (1.24)$$

Cette expression contient en réalité quatre produits triples :

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} v_1^\mu v_2^\nu v_3^\rho v_4^\sigma &= v_1^0 \vec{v}_2 \cdot (\vec{v}_3 \times \vec{v}_4) - v_2^0 \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_3 \times \vec{v}_4) \\ &\quad + v_3^0 \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_4) - v_4^0 \vec{v}_1 \cdot (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3). \end{aligned} \quad (1.25)$$

Toutefois, dans ce mémoire on utilisera *produit triple* autant pour désigner la forme invariante de Lorentz que la forme explicitement vectorielle.

Une fois qu'on a posé l'amplitude de chacun des diagrammes de Feynman, c'est à travers de l'identité suivante que viennent ces corrélations :

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_5] = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \quad \text{ou encore} \quad \text{Tr} [\not{p}_1 \not{p}_2 \not{p}_3 \not{p}_4 \gamma_5] = 4i\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4). \quad (1.26)$$

La présence d'une matrice γ_5 suppose une interaction pseudo-scalaire ou vectorielle axiale. C'est le facteur i qui apparaît dans cette relation qui donne sa particularité à la violation CP par produit triple : on a vu à la sous-section 1.2.6 que la violation CP directe (éq.(1.23)) est proportionnelle à $\sin \Delta\delta \sin \Delta\phi$, mais voyons ce qui en est dans le cas d'un produit triple. En écrivant $\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$, on aura

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 + 2\text{Re}(\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2). \quad (1.27)$$

Les termes en PT apparaissent dans $\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2$ et prennent la forme

$$[\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2]_{PT} \propto e^{i\Delta\delta} e^{i\Delta\phi} (if(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4)) \quad (1.28)$$

où $f(v_i)$ est une fonction scalaire des quadrivecteurs du problème.

Si la fonction des variables dynamiques $f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4)$ est invariante sous la transformation \mathcal{CP} , alors

$$\begin{aligned} \text{Re}(\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2) &\propto f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \text{Re}(ie^{i\Delta\delta} e^{i\Delta\phi}) \\ &= -f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \text{Im}(e^{i\Delta\delta} e^{i\Delta\phi}) \end{aligned} \quad (1.29)$$

tandis que

$$\begin{aligned} \text{Re}(\overline{\mathcal{M}}_1^* \overline{\mathcal{M}}_2) &\propto f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \text{Re}(ie^{i\Delta\delta} e^{-i\Delta\phi}) \\ &= -f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \text{Im}(e^{i\Delta\delta} e^{-i\Delta\phi}). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} [|\mathcal{M}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}|^2]_{PT} &\propto -f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \text{Im}(e^{i\Delta\delta} e^{i\Delta\phi} - e^{i\Delta\delta} e^{-i\Delta\phi}) \\ &= -2f(v_i)\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \{\sin \Delta\phi \cos \Delta\delta\} \end{aligned} \quad (1.31)$$

On voit finalement que l'introduction du facteur i nous amène à prendre la partie imaginaire du terme d'interférence ; l'asymétrie en produit triple se retrouve proportionnelle à $\sin \Delta\phi \cos \Delta\delta$, et non à $\sin \Delta\phi \sin \Delta\delta$ comme en violation CP directe. L'importance de cette particularité vient du fait que, contrairement à la violation CP directe, celle par PT peut se passer d'une différence de phase forte. L'effet est en fait maximal lorsque $\Delta\delta$ est petit.

Ceci rend les produits triples intéressants à étudier dans les systèmes où les phases fortes devraient être petites, ce qui réduit par conséquent les effets directs. C'est par exemple le cas pour les désintégrations des mésons B . Et, de fait, des asymétries par corrélations en produit triple ont été mesurées dans les désintégra-

tion $B \rightarrow V_1 V_2$, où le méson B peut être neutre ou chargé et les V_i sont des mésons vectoriels [16, 17] .

CHAPITRE 2

BARYOGENÈSE

Dans ce chapitre, on fera un survol rapide du problème de la baryogenèse. Après avoir rappelé quelques notions utiles, on précisera les données observationnelles que la baryogenèse tente d'expliquer. On en viendra par la suite aux différentes façons de réaliser les conditions de Sakharov, pour finalement faire une esquisse des modèles les plus populaires de baryogenèse.

2.1 Rappel

On fera ici un bref rappel des quatités fondamentales à l'étude du début de l'Univers. Pour une exposition plus complète, on pourra voir [18, 24, 37].

Cosmologie

Rappelons que dans un univers homogène et isotrope — conditions qui sont bien supportées par l'observation —, la géométrie de l'espace-temps est décrite par la métrique de Robertson-Walker (R-W),

$$ds^2 = dx^\mu g_{\mu\nu} dx^\nu \equiv dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (2.1)$$

$R(t)$ est le facteur d'échelle cosmique, qui fixe la taille de l'Univers et l'échelle des distances. C'est la quantité fondamentale d'un univers de Robertson-Walker. Il a la dimension d'une longueur. Les coordonnées (r, θ, ϕ) sont des coordonnées qui suivent l'expansion de l'Univers. C'est-à-dire qu'un point se déplaçant uniquement par l'effet de l'expansion a des coordonnées fixes. L'effet de l'expansion est entièrement contenu dans $R(t)$. On appelle (r, θ, ϕ) «coordonnées en comouvement»; elles sont sans dimension. De même, un volume en comouvement est une région délimitée par une surface fermée de coordonnées (r, θ, ϕ) fixes; ce volume suit donc

l'expansion et sa variation est due seulement à $R(t)$. k est le paramètre de courbure, qui prend les valeurs $+1, -1, 0$ selon qu'on considère un univers à courbure positive, négative ou nulle.

Thermodynamique

Pour un système de N particules d'un certain type (par exemple e, μ, γ, \dots), où N sera en général très grand, la fonction de distribution dans l'espace des phases, $f(\vec{p}, \vec{x})$, décrit la répartition de l'impulsion des particules. C'est-à-dire que, dans un volume d^3x , s'il y a dN particules dont l'impulsion est comprise dans la région d^3p de l'espace des impulsions, alors¹

$$f(\vec{p}) = \frac{dN}{d^3p d^3x}. \quad (2.2)$$

Pour un système à l'équilibre, la fonction de distribution prend la forme

$$f(\vec{p}) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1} \quad (2.3)$$

où μ est le potentiel chimique, et le $+1$ s'applique aux gaz de fermions (statistique de Fermi-Dirac), le -1 aux gaz de bosons (statistique de Bose-Einstein).

La densité de particules est donnée par :

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d^3p \quad (2.4)$$

où g est le nombre de degrés de liberté internes.

Dans la limite relativiste ($T \gg m$), pour le cas $T \gg \mu$, on obtient :

$$n = \begin{cases} (\zeta(3)/\pi^2)gT^3 & \text{bosons} \\ (3/4)(\zeta(3)/\pi^2)gT^3 & \text{fermions} \end{cases} \quad (2.5)$$

$\zeta(3) \simeq 1.202$ est la fonction zeta de Riemann.

¹Pour l'instant, la dépendance spatiale ne nous intéresse pas et on la laisse tomber.

Dans la limite non-relativiste ($T \ll m$), on a les mêmes résultats pour les bosons et les fermions,

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp [-(m - \mu)/T]. \quad (2.6)$$

2.2 Asymétrie baryonique

L'objectif des théories de baryogenèse est d'expliquer le nombre baryonique non-nul qu'on observe aujourd'hui. C'est-à-dire qu'elles tentent de justifier dynamiquement l'asymétrie entre baryons et antibaryons à partir d'un univers qui fut, à un instant donné, peuplé à parts égales de baryons et d'antibaryons.

On peut définir le nombre baryonique de l'Univers (N_B) comme le nombre de baryons présents dans un volume unitaire en comouvement² $V = R^3$:

$$N_B \equiv n_B R^3 = (n_b - n_{\bar{b}}) R^3, \quad (2.7)$$

où n_B est la densité baryonique net, n_b et $n_{\bar{b}}$ sont respectivement les densités de baryons et d'antibaryons.

N_B représente le nombre baryonique net, il est non-nul s'il existe un déséquilibre entre matière et antimatière. Mais ce nombre ne permet pas de caractériser le *degré de déséquilibre* présent car chaque paire quark-antiquark ne contribue en rien à N_B . Pour rendre compte de ce déséquilibre, on introduit l'asymétrie baryonique :

$$A \equiv \frac{(n_b - n_{\bar{b}})}{n_b}. \quad (2.8)$$

De nos jours, puisqu'on n'observe pas d'antibaryons, $A = 1$ et l'asymétrie est complète. Pour le nombre baryonique net, son observation directe est compliquée

²Évidemment, cette définition ne donne pas strictement le nombre net de baryons de l'Univers ; c'est plutôt une quantité représentative de l'état global, un échantillon *indépendant de l'expansion*. Soulignons immédiatement la distinction entre N_B et B : N_B est le nombre baryonique cosmologique, alors que B représente le nombre baryonique d'une particule ou d'un ensemble de particules (par exemple le nombre de baryons créés dans une réaction).

par la difficulté de déterminer adéquatement n_b . Mais, une méthode indirecte basée sur la nucléosynthèse nous permet d'obtenir N_B à un bon niveau d'incertitude.

La théorie qui décrit la nucléosynthèse primordiale réussit à prédire avec beaucoup de succès la génération des abondances relatives de plusieurs éléments légers, comme le deutérium, ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^7\text{Li}$. Un paramètre déterminant pour ce faire est le nombre de baryons par photon ($\eta \equiv n_b/n_\gamma$). En corrélant observations et prédictions théoriques, on arrive à restreindre η à l'intervalle : $4,7 \times 10^{-10} < \eta < 6,5 \times 10^{-10}$ [14].

Or, on peut relier simplement le nombre de baryons dans un volume en comouvement, N_B , et le nombre de baryons par photon, η [18]. Comme N_B et η sont essentiellement équivalents, dans un certain sens, la baryogenèse tente de justifier le nombre de baryon par photons à l'époque de la nucléosynthèse ($10 \text{ MeV} \lesssim T \lesssim 0,1 \text{ MeV}$), qui, autrement, est un paramètre qui doit être fixé pour concorder avec l'observation.

Maintenant, comparons ces données à ce qui se passe dans l'Univers juvénile, à une période où les interactions violant le nombre baryonique ont cessé d'être importante, mais où la température est encore très haute (par exemple à $T \gtrsim 1 \text{ GeV}$). À cette époque, le nombre net de baryons est le même qu'à l'époque de la nucléosynthèse, mais les densités de baryons et d'antibaryons — données par l'expressions (2.5) — sont, elles, autrement plus importantes, ce qui réduit d'autant l'asymétrie [18] :

$$A = \frac{(n_b - n_{\bar{b}})}{n_b} \simeq 3 \times 10^{-8}. \quad (2.9)$$

Cette asymétrie correspond à ce que, pour chaque 100 millions de paires quarks-antiquarks, on trouve un excédent de 3 quarks non pairés! Les théories de baryogenèse tentent d'expliquer par des scénarios dynamiques cet infime déséquilibre entre matière et antimatière. Sans ces théories, ce minuscule excédent devrait être imposé comme condition initiale.

2.3 Conditions de Sakharov

Rappelons que Sakharov a identifié trois caractéristiques essentielles au développement dynamique de l'asymétrie baryonique à partir d'un univers qui, à une certaine époque, aurait contenu autant de baryons que d'antibaryons :

- **Violation du nombre baryonique (B),**
- **Violation de \mathcal{C} et \mathcal{CP} ,**
- **Écart par rapport à l'équilibre thermodynamique.**

Chacune de ces conditions peut être réalisée de différentes manières. Dans ce qui suit, on mentionnera ces différentes voies, alors que dans la sous-section suivante, on décrira succinctement comment certains des scénarios plausibles de baryogenèse mettent ensemble les conditions de Sakharov.

2.3.1 Violation du nombre baryonique

Théories de grande unification

Le modèle standard de la physique des particules est une théorie locale de jauge qui réussit à incorporer les interactions électromagnétique et faible dans un traitement unifié, l'interaction électrofaible basée sur le groupe de symétrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. L'interaction forte est pour sa part traitée séparément, à l'aide du groupe $SU(3)_C$. L'objectif des théories de grande unification (GUT)³ est de pousser plus loin dans cette direction en rassemblant les forces électrofaible et forte dans un traitement unique basé sur une symmétrie plus vaste, qui contiendrait comme sous-groupe celui du modèle standard ($SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$). Ainsi, à basse énergie, lorsque la symmétrie de grande unification est brisée, on reproduirait tout de même la phénoménologie qu'on connaît actuellement.

Pour réaliser ceci, les différentes GUT doivent typiquement rassembler certains quarks et leptons dans une même représentation du groupe de symétrie. De plus, l'imposition de l'invariance locale de jauge force l'introduction de nouveaux bosons

³Pour *Grand Unified Theories*.

de jauge (qu'on désignera de manière générale par X et Y). Le tout a pour effet, entre autres, de permettre des interactions entre ces bosons et les particules d'une même représentation (l'analogue de $W\bar{u}d$ du modèle standard). Mais comme une représentation mélange quarks et leptons, ces transitions ne conservent pas les nombres baryonique et leptonique. De cette façon, les théories de grande unification introduisent naturellement la violation B .

Modèle Standard

Du côté du modèle standard, à première vue, il ne semble pas offrir la possibilité de violation du nombre baryonique. En effet, tous les vertex contenus dans son lagrangien conservent B et L (le nombre leptonique). On ne peut donc construire aucun diagramme de Feynman décrivant un processus où les nombres de baryons entrant et sortant diffèrent.

Mais il faut se rappeler que le formalisme des diagrammes de Feynman ne représente qu'un développement *perturbatif* de la théorie complète, et c'est précisément dans des effets *non-perturbatifs* que se cache la violation de B dans le modèle standard. Les développements qui mènent à cette conclusion sont de nature assez technique et on exposera ici seulement l'idée générale⁴.

Dans une théorie des champs, l'espace de configuration des champs peut posséder une infinité de configurations qui représentent des minima du potentiel V . On dit que ces minima sont des «états du vide». Dans le modèle standard, à une configuration des champs correspond un nombre baryonique B et un nombre leptonique L , donc chaque état du vide est associé à un B et un L donné. Les différents vides du modèle sont séparés par de hautes barrières de potentiel, et lorsqu'on passe d'un minimum au suivant, on fait des sauts de trois unités en B comme en L . Ceci est décrit schématiquement dans la figure 2.1. Le point le plus haut de cette courbe est la configuration de champs qu'on appelle le *sphaleron*, d'énergie E_S .

⁴Pour en savoir plus, on pourra consulter les travaux originaux de G. 't Hooft [19]. Pour analyse de ces phénomènes dans le contexte de la baryogenèse, voir par exemple [18, 20, 21].

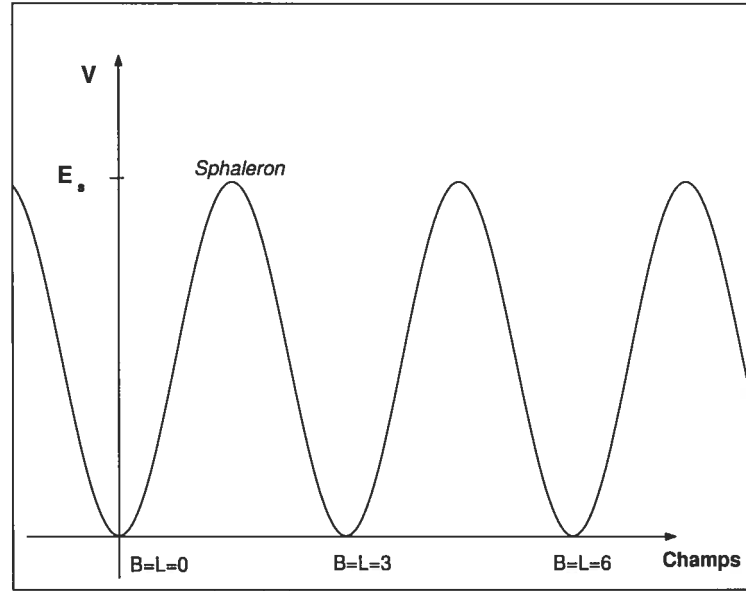


FIG. 2.1 – Représentation schématique des sphalerons.

Un développement perturbatif correspond à l'approximation des petites oscillations autour d'un vide particulier. Classiquement, si l'énergie des champs est inférieure à celle du sphaleron, on ne peut passer d'un vide à l'autre. Mais si on augmente la température, l'énergie moyenne des champs augmente en conséquence et ceux-ci oscillent de plus en plus loin du minimum du potentiel. Une fois que $T \gtrsim E_S$, il est possible pour la configuration de champs de traverser la barrière et de rouler vers un nouveau minimum du potentiel, par exemple de $(B_i, L_i) \rightarrow (B_i + 3, L_i + 3)$. C'est grossièrement de cette façon que le modèle standard permet de violer B . Remarquez par contre que le nombre $B - L$ reste conservé dans cette transition.

L'action des sphalerons dépend donc de la température. Or, à la température critique T_c survient la transition de phase électrofaible (voir plus bas) lors de laquelle la symétrie du modèle standard est brisée spontanément par la structure du vide, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$. Lorsque $T > T_c$, les transitions par sphalerons sont très efficaces et réduiront à néant toute composante $B + L$, en laissant inchangé le nombre $B - L$. Mais pour $T < T_c$, elles sont défavo-

risées exponentiellement par un facteur $\exp(-E_S(T)/T)$; en deçà de T_c , le modèle standard conserve effectivement B et L individuellement [22].

2.3.2 Violation CP

Dans la discussion précédente sur la violation CP (section 1.2), on a fait remarquer que la source première de cette brisure de symétrie se trouve dans des constantes de couplage complexes. C'est ce qu'on pourrait appeler la violation CP d'origine explicite. Or, il existe certains modèles qui proposent des sources de violation CP alternatives (stochastique, spontanée, etc.)⁵, mais la grande majorité des scénarios de baryogenèse sont basés sur des sources explicites. Dans ce mémoire, on se limitera à discuter la violation CP prenant son origine dans des constantes de couplage complexes.

Dans le modèle standard, la phase complexe nécessaire se trouve dans la matrice de mélange des quarks, la matrice CKM. Comme tous les phénomènes attestés de violation CP concordent avec une origine dans la matrice CKM, il est naturel de tenter d'expliquer la baryogenèse à l'aide de ce mécanisme. Cette voie a été explorée dans le cadre de plusieurs scénarios (voir par exemple [23]), qui en viennent à la conclusion que le nombre de baryons par photon généré de cette manière est inférieur par plusieurs ordres de grandeur à celui observé. En baryogenèse, la brisure de symétrie entre particules et antiparticules devra donc ressortir de termes violant CP qui proviendront d'une extension du modèle standard.

2.3.3 Écart par rapport à l'équilibre thermodynamique

Revenons un peu sur la condition de déséquilibre thermique. Des trois conditions de Sakharov, c'est la seule qui n'apparaît pas évidente et pourrait, à première vue, sembler superflue.

À l'équilibre thermique, les densités de baryons et d'antibaryons sont données par (équ.(2.3) et (2.4)) :

⁵Pour plus de détails, voir par exemple [4] et les références qu'on y cite.

$$\begin{aligned}
n_b &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{\exp[(E_b - \mu_b)/T] + 1} \\
n_{\bar{b}} &= \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3p}{\exp[(E_{\bar{b}} - \mu_{\bar{b}})/T] + 1}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Un potentiel chimique reflète la contrainte imposée par certaines lois de conservation. À une période où le nombre baryonique n'est pas conservé, on a pas de contrainte sur B et le potentiel chimique est nul. De plus, pour un \vec{p} donné, puisque que le théorème CPT garantit $m_b = m_{\bar{b}}$, les énergies ($E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$) des baryons et antibaryons seront les mêmes. On voit directement, en posant $\mu_b = \mu_{\bar{b}} = 0$ et $E_b = E_{\bar{b}}$ dans (2.10) que $n_b = n_{\bar{b}}$. Donc, à une époque où le nombre baryonique n'est pas conservé, on ne pourra tout de même pas créer d'asymétrie baryonique si l'équilibre thermodynamique est maintenu.

On peut partager en deux grandes catégories les façons dont la plupart des scénarios de baryogenèse réalisent l'écart par rapport à l'équilibre :

- ceux où l'écart à l'équilibre est le fruit de l'expansion de l'Univers en présence de particules massives,
- ceux où il est atteint lors d'une transition de phase qui mène une brisure de symétrie.

Désintégration hors équilibre de particules massives

Résumons comment la présence de particules massives dans un univers en expansion peut fournir les conditions d'écart à l'équilibre nécessaires à la baryogenèse.

À une époque où $T \gg M_X$, l'Univers est peuplé de particules X et \bar{X} ⁶ relativistes de masse M_X et de densité $n_X = n_{\bar{X}} \propto T^3$. Mais l'Univers se refroidit et à $T \lesssim M_X$, ces bosons ne sont plus relativistes. Ainsi, pour rester à l'équilibre, ils doivent se désintégrer rapidement pour rejoindre une densité d'équilibre dorénavant

⁶Ces particules pourraient être des bosons introduits par une théorie de grande unification, mais elles pourraient aussi correspondre à un autre type de particules (par exemple des neutrinos ultra-massifs).

non-relativiste, $n_X^{\text{eq}} = n_{\bar{X}}^{\text{eq}} \propto T^{3/2} \exp[-M_X/T]$. Mais l'efficacité des désintégrations dépend de la masse de ces particules [24] et si cette masse est trop grande, les désintégrations ne pourront assurer que les densités de $X - \bar{X}$ suivent l'évolution de n_X^{eq} déterminée par le rythme du refroidissement. Dans ce cas, on a surabondance de ces particules, ce qui pourra fournir l'écart à l'équilibre requis par la baryogenèse.

Transition de phase et déséquilibre thermodynamique

Une autre manière de rompre l'équilibre thermodynamique se présente lors d'une transition de phase. Le phénomène de transition de phase en théorie des champs est associé à la brisure de symétrie spontanée (BSS). Une symétrie de la Nature correspond à l'invariance d'une théorie sous un changement de jauge. Mais il peut arriver que la structure du vide ne respecte pas complètement cette symétrie ; dans ce cas, la phénoménologie observée exhibe plutôt la symétrie réduite du vide, et on dit que la symétrie est spontanément brisée.

Comme le potentiel effectif d'une théorie des champs dépend de la température, la structure du vide évolue avec l'expansion de l'univers (voir fig. 2.2). Les champs tendent à osciller autour du minimum global du potentiel effectif, donc si, sous l'effet du refroidissement de l'Univers, un nouveau minimum global se développe, alors la configuration des champs aura tendance à effectuer une transition vers ce nouveau minimum, pour ensuite osciller autour de ce dernier. À ce moment, si la nouvelle structure du vide ne respecte pas la symétrie initiale, on a une transition de phase qui brise partiellement la symétrie de la théorie.

Mais cette transition de phase ne survient pas simultanément en tout point de l'espace : elle se développe par nucléation (fig. 2.3). C'est-à-dire que des bulles de la phase à symétrie brisée naissent dans une mer de phase symétrique et se mettent à prendre de l'expansion jusqu'à éventuellement remplir tout l'espace. La transition de phase est alors complétée.

La paroi de la bulle en expansion est la zone qui sépare la phase symétrique de la phase à symétrie brisée. Cette paroi a une certaine épaisseur, déterminée par l'étendue de la zone où les champs de la théorie changent rapidement en passant

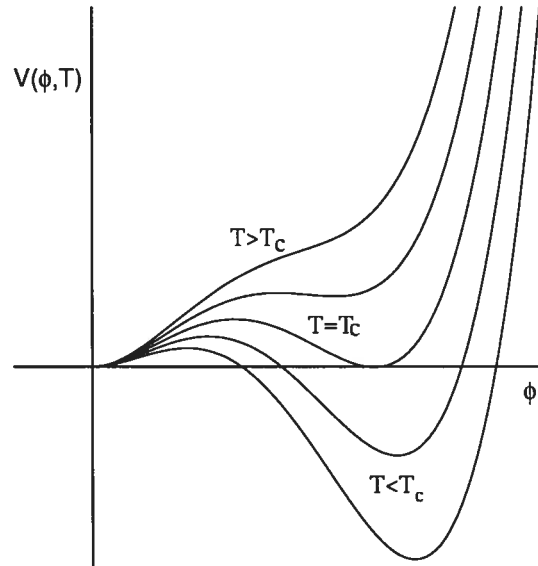


FIG. 2.2 – Exemple d'évolution d'un potentiel effectif lors d'une transition de phase de premier ordre. (Figure modifiée à partir de [25].)

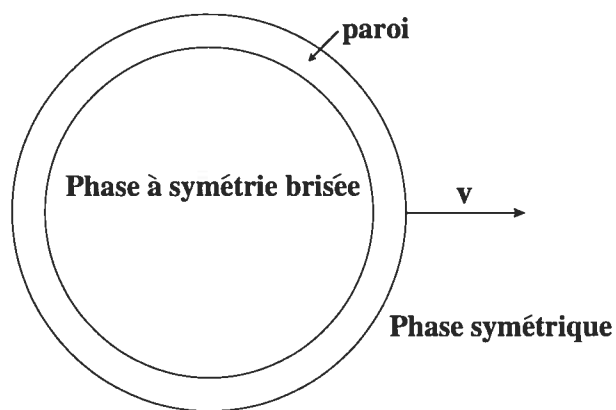


FIG. 2.3 – Transition de phase dans l'espace : expansion d'une bulle de phase à symétrie brisée dans une mer de phase symétrique.

de la phase symétrique à la phase à symétrie brisée. Dans la paroi d'une bulle, les changements rapides projettent le système hors de l'état d'équilibre, ce qui fait des époques de transition de phase de bonnes candidates pour opérer la baryogenèse.

Il est probable qu'il y eut, au cours de l'évolution de l'Univers, plusieurs transitions de phase associées à la brisure spontanée de certaines symétries de jauge. Une transition particulièrement intéressante pour la baryogenèse est la transition de phase électrofaible entre les symétries $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}$ qui aurait eu lieu à $T_c \sim 300$ GeV [18].

2.4 Scénarios de baryogenèse

Maintenant, voyons un peu comment les types de baryogenèse les plus courants mettent ensemble les différents éléments qu'on vient de discuter⁷.

2.4.1 Les scénarios de désintégration hors équilibre

On a vu plus tôt qu'une particule ultra-massive sera en surabondance lorsque $T \sim M$. En prenant l'exemple d'un boson de jauge de GUT X , $M_X \gtrsim 10^{16}$ GeV garantit l'écart à l'équilibre [18].

Aussi, dans les GUT, il est tout naturel que les désintégrations de ces bosons ne conservent pas le nombre baryonique. C'est-à-dire que les états résultant de diverses désintégrations des X ont des nombre baryoniques différents. Par exemple, $X \rightarrow \psi_1$, $X \rightarrow \psi_2$ avec $B_1 \neq B_2$ (et $\bar{X} \rightarrow \bar{\psi}_1$, $\bar{X} \rightarrow \bar{\psi}_2$ avec $\bar{B}_i = -B_i$).

Si ces désintégrations admettent de la violation CP, alors $\Gamma(X \rightarrow \psi_i) \neq \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{\psi}_i)$. Dans ce cas, le nombre baryonique produit par les désintégrations des X ne sera pas exactement compensé par celles des \bar{X} . Un nombre baryonique net en résultera.

⁷Pour plus de détails sur les différents scénarios discutés, on verra, par exemple, [20, 22] et les références qu'on y cite.

2.4.2 Baryogenèse via la leptogenèse

La particularité des scénarios de baryogenèse via la leptogenèse est qu'ils se développent en deux étapes : premièrement, la production de leptons (en présence de violation CP dans des conditions hors équilibre), puis leur conversion en baryons à l'aide de transitions par sphalerons.

Communément, on postule l'existence de neutrinos de Majorana droitiers ultra-massifs, ce qui permet d'expliquer l'observation de la masse non-nulle des neutrinos légers par le mécanisme de balançoire [26]. Les désintégrations des neutrinos ultra-massifs violent le nombre leptonique L , alors, de manière analogue au schéma décrit ci-haut, lorsque la température est de l'ordre de leur masse, la désintégration hors équilibre de ces neutrinos produit un nombre leptonique global N_L non-nul (fig 2.4a). Dans la deuxième étape, lorsque la température atteint l'échelle électrofaible, les sphalerons entrent en action et convertissent partiellement ce nombre leptonique en nombre baryonique à travers d'interactions violant $B + L$ tout en conservant $B - L$ (en fait, leur rôle sera essentiellement d'amortir toute projection sur l'axe $B + L$) (fig. 2.4b).

2.4.3 Baryogenèse électrofaible

On identifie par baryogenèse électrofaible les scénarios où la première condition de Sakharov (violation de B) est réalisée lors de transitions par les sphalerons dans la théorie électrofaible.

On a déjà vu que le modèle standard possède chacune des caractéristiques nécessaires à réaliser la baryogenèse : (i) la violation de B lors de transitions par les sphalerons, (ii) la violation CP, observée dans les systèmes de mésons neutres et expliquée théoriquement par la matrice CKM, (iii) une éventuelle transition de phase autour de la température $T_c \sim 300$ GeV par nucléation de bulles dans lesquelles la symétrie électrofaible est spontanément brisée.

Or, certains bémols doivent être soulignés : on a déjà remarqué qu'il est communément accepté que la violation CP tirant son origine d'un mécanisme de type

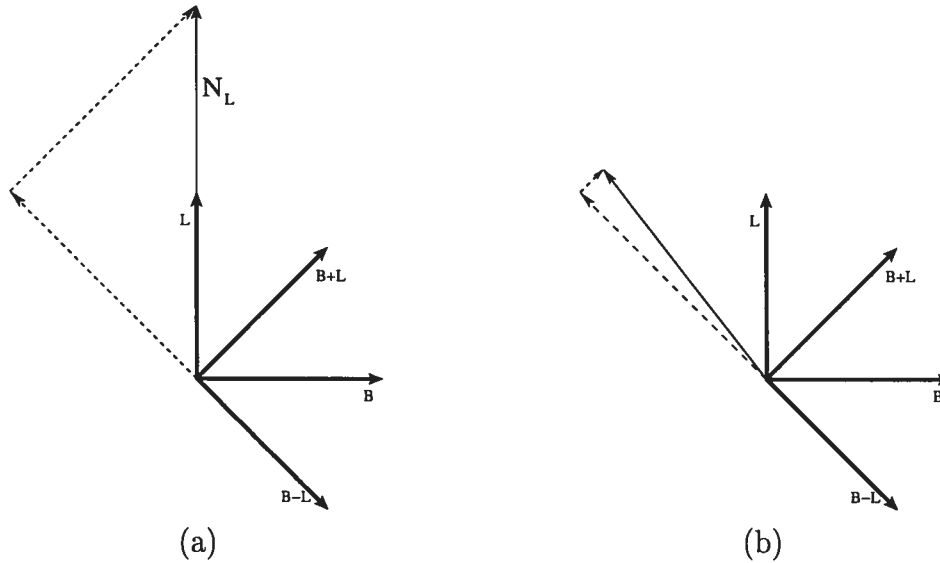


FIG. 2.4 – Représentation schématique de la baryogenèse via la leptogenèse dans l'espace (B, L) . (a) Production du nombre leptonique N_L ; (b) Conversion en nombre baryonique par les sphalerons.

KM n'est pas suffisante pour provoquer l'asymétrie baryonique requise ; de plus, il semble que la transition de phase électrofaible du modèle standard ne soit pas assez brusque (trop faiblement de premier ordre) (voir par exemple [4, 20]). En réponse à ces difficultés, les scénarios de baryogenèse électrofaible considèrent en général certaines extensions du modèle standard comme, par exemple, une extension supersymétrique à deux doublets de Higgs [20].

Résumé

En somme, l'asymétrie baryonique est un fait observationnel que la baryogenèse se propose d'expliquer par des scénarios à l'interface entre cosmologie et physique des particules. Chaque ingrédient essentiel peut se concrétiser de différentes manières, et il existe un ensemble de modèles plausibles de baryogenèse. En l'absence d'une théorie définitive de la physique des particules, on ne peut trancher entre ces différentes voies.

CHAPITRE 3

VIOLATION CP COSMOLOGIQUE PAR PRODUITS TRIPLES : UN MODÈLE SIMPLE

Maintenant qu'on a présenté le cadre, on en viendra, dans le présent chapitre et le suivant, au sujet d'étude proprement dit. Ces chapitres forment l'essentiel de ma contribution personnelle.

Dans les pages qui suivent, on tentera de répondre à la question posée au tout début de ce mémoire, à savoir si on peut remplir la condition de Sakharov de violation CP à l'aide de produits triples. Dans ce chapitre, on proposera un modèle simpliste qui rassemble les éléments essentiels à la baryogenèse, en mettant l'emphasis sur la question de la violation CP dans ce modèle.

Pour commencer, rappelons que les PT surviennent lorsque l'interférence entre deux diagrammes de Feynman qui contribuent à une réaction résulte en des termes de la forme $Tr [\not{p}_1 \not{p}_2 \not{p}_3 \not{p}_4 \gamma^5]$ dans l'amplitude au carré.

Les corrélations en produit triple apparaissent naturellement dans certains processus du modèle standard grâce à des interactions vectorielles axiales (en $\gamma^\mu \gamma_5$). Dans un cadre plus général, des interactions pseudo-scalaires (en γ_5) pourraient aussi en être la source.

Généralement, les produits triples étudiés prennent la forme $v_1^0 \vec{v}_2 \cdot (\vec{v}_3 \times \vec{v}_4)$, où un ou plusieurs des vecteurs sont des spins, et les autres sont des impulsions. Or, les conditions au début de l'univers sont bien différentes de celles qui prévalent dans les collisionneurs où sont menées les expériences en physique des particules. En cosmologie, pas question de déterminer le spin des particules, ou leur impulsion ; une multitude de collisions ont lieu à tout instant entre particules provenant de toutes les directions, avec des états d'énergie et de spin quelconques, donc toute quantité observable est la somme statistique de cette multitude d'interaction. Dans ce chapitre, on laissera de côté la distribution statistique des impulsions pour limiter la discussion au niveau des amplitudes invariantes, et au chapitre suivant, on se

penchera sur le problème de l'intégration sur l'espace des phases.

Lorsqu'on détermine expérimentalement le spin d'une particule, celui-ci influe sur la dynamique de l'événement. Par contre en cosmologie, on fait la somme statistique de l'ensemble des orientations de spin possibles, chacune étant équiprobable. On prendra alors la moyenne des influences dynamiques du spin, qui n'apparaîtra pas explicitement dans l'amplitude carrée. Donc la partie en produit triple de l'amplitude invariante au carré ne contiendra que des impulsions,

$$\sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|_{PT}^2 \propto \text{Tr} [p_1 p_2 p_3 p_4 \gamma^5]. \quad (3.1)$$

Maintenant, dans une diffusion, tous les quadrvecteurs d'impulsion ne sont pas indépendants ; la conservation de l'énergie-impulsion (imposée par le delta de Dirac dans l'éq. (1.18)) fixe un des quadrvecteurs. Puisque l'expression d'un produit triple implique la contraction avec le tenseur complètement antisymétrique $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$, elle sera nulle si le tenseur contracté est symétrique sur deux indices :

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} s_{\mu\nu} &= 0 \quad \text{si} \quad s_{\mu\nu} = s_{\nu\mu} \\ \text{donc} \quad \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} p_\mu p_\nu &= 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Ainsi, pour avoir un produit triple non-nul, on devra considérer un processus impliquant au moins cinq particules, ce qui nous donne quatre impulsions indépendantes.

3.1 Étude d'un exemple

Dans cette section, on étudiera un exemple possédant les caractéristiques qu'on recherche. Dans un premier temps, on se penchera en détails sur la violation CP par produit triple dans cet exemple. Puis on discutera ensuite de la réalisation des deux autres conditions de Sakharov.

Si on résume, pour générer une violation CP à l'aide d'un produit triple n'impliquant que des impulsions, on nécessite un processus de diffusion impliquant au

moins cinq particules, dont la dynamique possède les propriétés suivantes : plusieurs diagrammes de Feynman contribuent au processus et interfèrent entre eux, certains diagrammes impliquent des interactions pseudo-scalaires ou vectorielles axiales, et certaines constantes de couplage sont complexes.

Dans l'éventail des extensions possibles du modèle standard, on peut trouver une multitude de réactions remplissant ces conditions minimales. Dans ce qui suit, on exposera une réaction particulière comportant les caractéristiques requises. Nous avons aussi étudié d'autres cas tout aussi valides, par exemple par interférence entre l'échange d'un boson scalaire et d'un photon, en canal t . Pour les fins de la discussion, un seul exemple suffira.

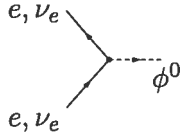
3.1.1 Le modèle

Ici, notre objectif est seulement de démontrer qu'on peut facilement construire une théorie quantique des champs dans laquelle les amplitudes au carré de certaines réactions contiennent des produits triples à quatre impulsions indépendantes qui sont susceptibles, ultimement, d'apporter la violation CP nécessaire à un scénario de baryogenèse. Aussi, on ne présentera pas un modèle complet dans tous ses détails. On se limitera plutôt à donner les éléments utiles au développement de la situation précise qu'on considère. Notons tout de même en passant que le modèle utilisé s'inspire des «modèles à symétrie Gauche-Droite», dont on pourra trouver une exposition plus complète dans [27–29] et les références qu'on y cite.

La figure 3.1 présente les termes du lagrangien utiles pour la suite ainsi que les règles de Feynman qu'ils sous-tendent. Ils sont écrits explicitement pour la première génération de leptons, mais on a des couplages analogues pour chaque génération (e, μ, τ). Pour éviter les confusions possibles avec un indice tensoriel, on identifie les constantes de couplage par le numéro de la famille (1, 2, 3) plutôt que le type de particule (e, μ, τ). Pour le reste, il devrait être clair par le contexte quels indices sont tensoriels, et lesquels renvoient au muon ou au neutrino.

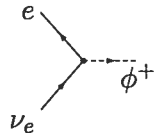
Dans le modèle proposé, les fermions interagissent avec le champ scalaire neutre ϕ^0 , dont la constante de couplage λ_i est réelle, les scalaires chargés ϕ^+, ϕ^- , dont les

$$\mathcal{L} = -\lambda_1 (\bar{e}\phi^0 e + \bar{\nu}_e\phi^0\nu_e)$$

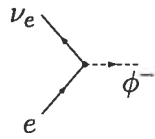


$$= -i\lambda_1$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{e}\phi^+\Gamma_1\nu_e + \bar{\nu}_e\phi^-\bar{\Gamma}_1 e \\ &= \bar{e}\phi^+(A_1\gamma_R + B_1\gamma_L)\nu_e + \bar{\nu}_e\phi^-(A_1^*\gamma_L + B_1^*\gamma_R)e\end{aligned}$$



$$= i\Gamma_1 = i(A_1\gamma_R + B_1\gamma_L)$$



$$= i\bar{\Gamma}_1 = i(A_1^*\gamma_L + B_1^*\gamma_R)$$

$$\mathcal{L} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left(W_{R,\mu}^+ \bar{\nu}_e \gamma^\mu \gamma_R e + W_{R,\mu}^- \bar{e} \gamma^\mu \gamma_R \nu_e \right)$$



$$= -i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma_\mu\gamma_R$$



$$= -i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma_\mu\gamma_R$$

FIG. 3.1 – Règles de Feynman.

couplages A_i, B_i sont complexes, et les bosons vectoriels W_R^+, W_R^- de couplage réel g .

$\gamma_R = (1/2)(1 + \gamma_5)$ et $\gamma_L = (1/2)(1 - \gamma_5)$ sont respectivement les projecteurs sur la composante droitère et gauchère des fermions¹.

Remarquez bien l'indice R du W , qui souligne que ce boson vectoriel est le pendant droitier du W du modèle standard : alors que ce dernier interagit avec la composante gauchère des fermions (couplage en $\gamma^\mu \gamma_L$), le W_R interagit avec leur composante droitère (couplage en $\gamma^\mu \gamma_R$).

3.1.2 La diffusion $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$

Maintenant que les éléments clés du modèle ont été présentés, étudions la dynamique du processus suivant : $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$. Plusieurs diagrammes contribuent à cette réaction, mais, comme notre objectif est seulement de montrer qu'ils entraînent certains PT d'intérêt, sans qu'on prétende être exhaustif, on limitera notre étude aux deux diagrammes de Feynman qui apparaissent à la figure 3.2.

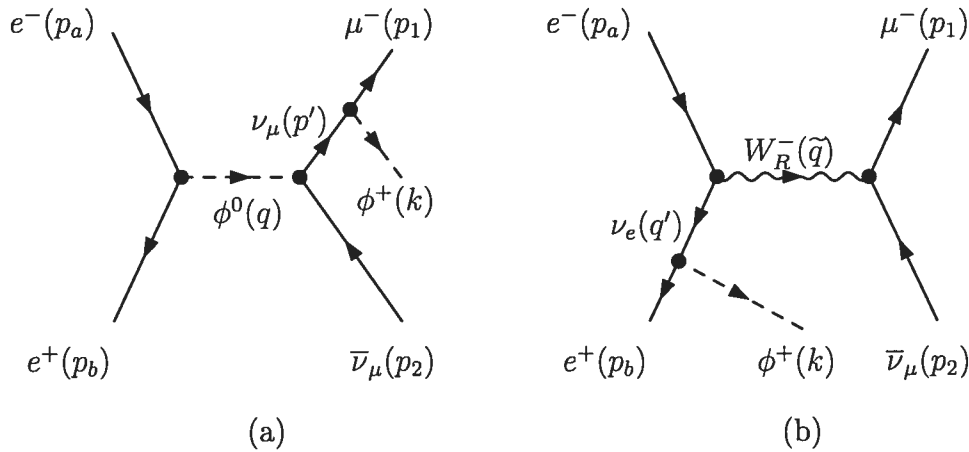


FIG. 3.2 – Deux diagrammes contribuant à $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$.

La contribution du premier diagramme à l'amplitude est donnée par \mathcal{M}_a , et

¹ R et L viennent de «Right-handed» et «Left-handed».

celle du deuxième par \mathcal{M}_b :

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_a &= \left[\bar{u}_\mu(p_1)(i\Gamma_2) \frac{i(\not{p}' + m_{\nu_\mu})}{p'^2 - m_{\nu_\mu}^2} (-i\lambda_2) v_{\nu_\mu}(p_2) \right] \frac{i}{q^2 - m_{\phi^0}^2} [\bar{v}_e(p_b)(-i\lambda_1)u_e(p_a)] \\
 -i\mathcal{M}_b &= \left[\bar{u}_\mu(p_1) \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \gamma_R \right) v_{\nu_\mu}(p_2) \right] \frac{-i(g_{\mu\nu} - \tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu / M_{W_R}^2)}{\tilde{q}^2 - M_{W_R}^2} \\
 &\quad \left[\bar{v}_e(p_b)(i\Gamma_1) \frac{i(\not{q}' + m_{\nu_e})}{q'^2 - m_{\nu_e}^2} \left(\frac{-ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu \gamma_R \right) u_e(p_a) \right].
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

(3.4)

Les impulsions internes suivent les courants fermioniques ou bosoniques, tandis que pour les pattes externes, elles se dirigent vers le vertex pour les particules incidentes, et vont en direction opposée à celui-ci pour les particules résultantes. La cinématique nous donne les relations suivantes pour les impulsions internes,

$$\begin{aligned}
 q &= p_a + p_b = p_1 + k + p_2 \\
 p' &= p_1 + k = p_a + p_b - p_2 \\
 q' &= k - p_b = p_a - p_1 - p_2 \\
 \tilde{q} &= p_1 + p_2 = p_a + p_b - k.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

On calcule ensuite le carré de l'amplitude, $|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_a|^2 + |\mathcal{M}_b|^2 + 2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b)$, en prenant la somme sur les spins des fermions². Comme on s'intéresse uniquement aux termes en produit triple, dans ce qui suit, on ne gardera que les termes susceptibles de générer ceux-ci.

En premier lieu, les PT interviennent dans les termes d'interférence de l'ampli-

²Au cours de ce calcul, on utilisera de nombreuses identités communes au «calcul de Feynman», notamment sur les matrices de Dirac et les traces de ces matrices. Lorsqu'elles ne sont pas données dans le texte, ces identités se retrouvent dans l'annexe I.

tude au carré :

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{spins}} \mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b &= \frac{-\lambda_2 \lambda_1 (g^2/2)}{(p'^2 - m_{\nu_\mu}^2)(q^2 - m_{\phi^0}^2)(\tilde{q}^2 - M_{W_R}^2)(q'^2 - m_{\nu_e}^2)} (g_{\mu\nu} - \tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu / M_{W_R}^2) \\
&\quad \text{Tr} [(\not{p}_1 + m_\mu) \gamma^\mu \gamma_R (\not{p}_2 - m_{\nu_\mu}) (\not{p}' + m_{\nu_\mu}) \bar{\Gamma}_2] \\
&\quad \text{Tr} [(\not{p}_b - m_e) \Gamma_1 (\not{p}' + m_{\nu_e}) \gamma^\nu \gamma_R (\not{p}_a + m_e)]
\end{aligned} \tag{3.6}$$

où

$$\bar{\Gamma}_2 = \gamma^0 \Gamma_2^\dagger \gamma^0 = \gamma^0 (A_2^* \gamma_R + B_2^* \gamma_L) \gamma^0 = (A_2^* \gamma_L + B_2^* \gamma_R). \tag{3.7}$$

Chacune des deux traces contient des termes en PT. Examinons tout d'abord ce que nous donne la première.

Pour simplifier, on notera la première trace par $\text{Tr}(1)$, et $\{\text{Tr}(1)\}_{PT}$ signifie qu'on peut laisser tomber tout terme qui ne mène pas à un produit triple. À l'aide des identités (I.6-I.10) :

$$\begin{aligned}
\{\text{Tr}(1)\}_{PT} &= \text{Tr} [\not{p}_1 \gamma^\mu \not{p}_2 \not{p}' \gamma_R \bar{\Gamma}_2] \\
&= B_2^* \text{Tr} [\not{p}_1 \gamma^\mu \not{p}_2 \not{p}' \gamma_R] \\
&= (B_2^*/2) \text{Tr} [\not{p}_1 \gamma^\mu \not{p}_2 \not{p}' \gamma_5].
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Alors,

$$\begin{aligned}
\{\text{Tr}(1)(g_{\mu\nu} - \tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu / M_{W_R}^2)\}_{PT} &= (B_2^*/2) \left(\text{Tr} [\not{p}_1 \gamma_\nu \not{p}_2 \not{p}' \gamma_5] \right. \\
&\quad \left. - \frac{\tilde{q}_\nu}{M_{W_R}^2} \text{Tr} [\not{p}_1 (\not{p}_1 + \not{p}_2) \not{p}_2 \not{p}' \gamma_5] \right) \\
&= (B_2^*/2) \text{Tr} [\not{p}_1 \gamma_\nu \not{p}_2 \not{p}' \gamma_5] \\
&= (B_2^*/2) (4i \epsilon_{\alpha\nu\beta\kappa} p_1^\alpha p_2^\beta k^\kappa)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

où on a utilisé (3.5) et l'antisymétrie du tenseur $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$.

On multiplie ensuite le tout par la deuxième trace, où on laisse tomber les

termes en p_1^ν, p_2^ν et k^ν .

$$\begin{aligned}
\text{Tr}(2) &= \text{Tr}[(p_b - m_e)\Gamma_1(\not{p}' + m_{\nu_e})\gamma^\nu\gamma_R(p_a + m_e)] \\
&= \text{Tr}[(p_b - m_e)A_1\gamma_R\not{p}'\gamma^\nu(p_a + m_e)] + \text{Tr}[(p_b - m_e)B_1\gamma_L m_{\nu_e}\gamma^\nu(p_a + m_e)] \\
&= A_1(\text{Tr}[\gamma_L p_b \not{p}'\gamma^\nu p_a] - m_e^2 \text{Tr}[\gamma_R \not{p}'\gamma^\nu]) \\
&\quad + B_1 m_e m_{\nu_e}(\text{Tr}[\gamma_R p_b \gamma^\nu] - \text{Tr}[\gamma_L \gamma^\nu p_a])
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Dans $\text{Tr}(2)$, des termes en $\text{Tr}[(2\gamma)\gamma_5]$ et $\text{Tr}[(4\gamma)\gamma_5]$ surviennent. Les $\text{Tr}[(2\gamma)\gamma_5]$ sont nulles tandis que les $\text{Tr}[(4\gamma)\gamma_5]$ engendrent un nouveau tenseur $\epsilon^{\nu\delta\tau\lambda}$, qui, lorsque contracté avec celui de $\{\text{Tr}(1)\}_{PT}$ (sur l'indice ν), ne donne pas de produit triple (identité (I.15)).

$$\begin{aligned}
\text{Tr}(2) &= (A_1/2)(\text{Tr}[p_b \not{p}'\gamma^\nu p_a] - m_e^2 \text{Tr}[\not{p}'\gamma^\nu]) \\
&\quad + (B_1/2)m_e m_{\nu_e}(\text{Tr}[p_b \gamma^\nu] - \text{Tr}[\gamma^\nu p_a]) \\
&= p_a^\nu(2A_1(p_b \cdot k - m_e^2) - 2B_1 m_e m_{\nu_e}) \\
&\quad - p_b^\nu(2A_1(p_a \cdot k - m_e^2) - 2B_1 m_e m_{\nu_e})
\end{aligned} \tag{3.11}$$

On obtient donc,

$$\begin{aligned}
\{\text{Tr}(1)(g_{\mu\nu} - \tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu / M_{WR}^2)\}_{PT} \text{Tr}(2) &= 4B_2^* i\epsilon(p_1, p_b, p_2, k)(B_1 m_e m_{\nu_e} - A_1(k \cdot p_a - m_e^2)) \\
&\quad - 4B_2^* i\epsilon(p_1, p_a, p_2, k)(B_1 m_e m_{\nu_e} - A_1(k \cdot p_b - m_e^2)).
\end{aligned} \tag{3.12}$$

On procède de même pour les termes en PT que fait intervenir la deuxième trace :

$$\begin{aligned}
\{\text{Tr}(2)(g_{\mu\nu} - \tilde{q}_\mu \tilde{q}_\nu / M_{WR}^2)\}_{PT} \text{Tr}(1) &= -4A_1 i\epsilon(p_b, k, p_1, p_a)(B_2^*(p_2 \cdot k - m_{\nu_\mu}^2)) \\
&\quad - 4A_1 i\epsilon(p_b, k, p_2, p_a)(B_2^*(p_1 \cdot k + m_\mu^2) + 2A_2^* m_\mu m_{\nu_\mu}).
\end{aligned} \tag{3.13}$$

En réexprimant tous les produits triples dans les mêmes quadrivecteurs grâce à la conservation d'énergie-impulsion, on trouve finalement :

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{spins}} 2 \operatorname{Re} (\mathcal{M}_a^* \mathcal{M}_b)_{PT} &= \frac{4\lambda_2\lambda_1 g^2}{(p'^2 - m_{\nu_\mu}^2)(q^2 - m_{\phi^0}^2)(\tilde{q}^2 - M_{W_R}^2)(q'^2 - m_{\nu_e}^2)} \\
 &\quad \epsilon(p_b, p_1, p_2, k) \\
 &\quad \left[\operatorname{Im}(B_2^* B_1) (2m_e m_{\nu_e}) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{Im}(A_2^* A_1) (-2m_\mu m_{\nu_\mu}) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{Im}(B_2^* A_1) \left(-2p_1 \cdot k + 2m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2 - m_\mu^2 - m_{\phi^+}^2 \right) \right].
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Donc, pour la diffusion $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$ dans le modèle envisagé, l'interférence de \mathcal{M}_a et \mathcal{M}_b génère bien des produits triples d'impulsions.

3.1.3 La réaction CP-conjuguée : $e^+e^- \rightarrow \mu^+\nu_\mu\phi^-$

Pour évaluer l'asymétrie CP qu'apporte ce terme en produit triple, on étudie la réaction CP-conjuguée $e^+e^- \rightarrow \mu^+\nu_\mu\phi^-$ dont les diagrammes de Feynman associés sont illustrés à la figure 3.3.

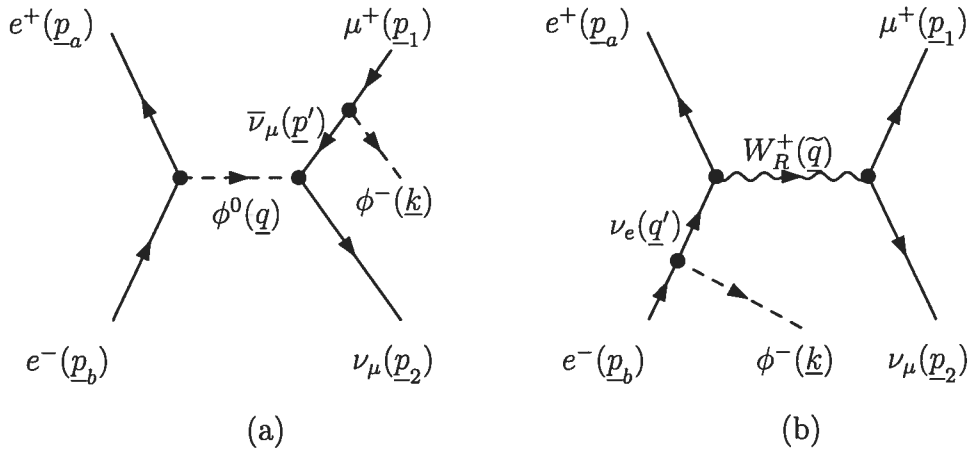


FIG. 3.3 – Deux diagrammes contribuant à $e^+e^- \rightarrow \mu^+\nu_\mu\phi^-$.

Pour effectuer la transformation \mathcal{CP} , on remplace chaque particule par son

antiparticule et chaque impulsion externe par son impulsion conjuguée sous \mathcal{CP} (éq. 1.12), $p^\mu = (E, \vec{p}) \xrightarrow{\mathcal{CP}} \underline{p}^\mu = (E, -\vec{p})$. Dans le cas des impulsions internes, l'inversion des courant fermioniques transforme les relations (3.5) en :

$$\begin{aligned}
 \underline{q} &= \underline{p}_a + \underline{p}_b &= \underline{p}_1 + \underline{k} + \underline{p}_2 \\
 \underline{p}' &= -(\underline{p}_1 + \underline{k}) &= -(\underline{p}_a + \underline{p}_b - \underline{p}_2) \\
 \underline{q}' &= -(\underline{k} - \underline{p}_b) &= -(\underline{p}_a - \underline{p}_1 - \underline{p}_2) \\
 \underline{\tilde{q}} &= \underline{p}_1 + \underline{p}_2 &= \underline{p}_a + \underline{p}_b - \underline{k}.
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Ces diagrammes nous donnent les produits triples

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{spins}} 2 \operatorname{Re} \left(\overline{\mathcal{M}}_a^* \overline{\mathcal{M}}_b \right)_{PT} &= \frac{-4\lambda_2\lambda_1 g^2}{(\underline{p}'^2 - m_{\nu_\mu}^2)(\underline{q}^2 - m_{\phi^0}^2)(\underline{\tilde{q}}^2 - M_{W_R}^2)(\underline{q}'^2 - m_{\nu_e}^2)} \\
 &\quad \epsilon(\underline{p}_b, \underline{p}_1, \underline{p}_2, \underline{k}) \\
 &\quad \left[\operatorname{Im}(B_2 B_1^*) (2m_e m_{\nu_e}) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{Im}(A_2 A_1^*) (-2m_\mu m_{\nu_\mu}) \right. \\
 &\quad \left. + \operatorname{Im}(B_2 A_1^*) \left(-2\underline{p}_1 \cdot \underline{k} + 2m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2 - m_\mu^2 - m_{\phi^+}^2 \right) \right].
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Remarquons que chaque terme non-nul de $\epsilon(\underline{p}_b, \underline{p}_1, \underline{p}_2, \underline{k})$ contient une énergie et trois impulsions, donc (éq.(1.25))

$$\epsilon(\underline{p}_b, \underline{p}_1, \underline{p}_2, \underline{k}) = -\epsilon(p_b, p_1, p_2, k). \tag{3.17}$$

De plus,

$$\underline{p}_i \cdot \underline{p}_j = p_i \cdot p_j. \tag{3.18}$$

Ainsi, en terme des variables du processus initial, la diffusion CP-conjuguée

génère le produit triple

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{spins}} 2 \operatorname{Re} \left(\overline{\mathcal{M}}_a^* \mathcal{M}_b \right)_{PT} &= \frac{4\lambda_2\lambda_1 g^2}{(p'^2 - m_{\nu_\mu}^2)(q^2 - m_{\phi^0}^2)(\tilde{q}^2 - M_{W_R}^2)(q'^2 - m_{\nu_e}^2)} \\
&\epsilon(p_b, p_1, p_2, k) \\
&\left[\operatorname{Im} (B_2 B_1^*) (2m_e m_{\nu_e}) \right. \\
&+ \operatorname{Im} (A_2 A_1^*) (-2m_\mu m_{\nu_\mu}) \\
&\left. + \operatorname{Im} (B_2 A_1^*) \left(-2p_1 \cdot k + 2m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2 - m_\mu^2 - m_{\phi^+}^2 \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Finalement, dans $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$, les amplitudes au carré des processus et antiprocessus comportent une asymétrie CP par PT donnée par

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{spins}} (|\mathcal{M}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}|^2)_{PT} &= \frac{8\lambda_2\lambda_1 g^2}{(m_\mu^2 + m_{\phi^0}^2 - m_{\nu_\mu}^2 + 2k \cdot p_1)(2m_e^2 - m_{\phi^0}^2 + 2p_a \cdot p_b)} \\
&\frac{1}{(m_\mu^2 + m_{\nu_\mu}^2 - M_{W_R}^2 + 2p_1 \cdot p_2)(m_{\phi^0}^2 + m_e^2 - m_{\nu_e}^2 - 2k \cdot p_b)} \\
&\epsilon(p_b, p_1, p_2, k) \\
&\left[\operatorname{Im} (B_2^* B_1) (2m_e m_{\nu_e}) \right. \\
&+ \operatorname{Im} (A_2^* A_1) (-2m_\mu m_{\nu_\mu}) \\
&\left. + \operatorname{Im} (B_2^* A_1) \left(-2p_1 \cdot k + 2m_e^2 - m_{\nu_\mu}^2 - m_\mu^2 - m_{\phi^+}^2 \right) \right].
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Tel que discuté à la section 1.3, comme la transformation \mathcal{CP} a pour seul effet de changer le signe de la phase faible, ces produits triples violent la symétrie CP proportionnellement à la partie imaginaire des phases faibles relatives (i.e. $\propto \sin \Delta\phi$, où par exemple $A_2 A_1^* = |A_2 A_1| e^{i\Delta\phi}$). Comme la diffusion étudiée n'implique que des leptons, il n'y a pas de phase forte relative entre les diagrammes qui interfèrent. Dans ce cas, un signal direct de violation CP ($\propto \sin \Delta\phi \sin \Delta\delta$) ne saurait se développer ; seul les produits triples ($\propto \sin \Delta\phi \cos \Delta\delta$) induisent la violation CP.

3.1.4 Les conditions de Sakharov

On a donc montré par un exemple que la *dynamique* de ce modèle simple met en jeu des effets par produit triple n'impliquant que des impulsions. Ceux-ci pourraient apporter de la violation CP, mais rappelons que $|\mathcal{M}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}|^2 \neq 0$ est une condition nécessaire et non suffisante à la génération d'un effet observable de violation CP : la *cinématique* doit aussi collaborer pour éviter de noyer l'effet que la dynamique a engendré. Le chapitre suivant sera consacré à cette question, c'est-à-dire à l'étude de l'intégration sur l'espace de phase.

Pour l'instant, voyons un peu comment on pourrait insérer cette réaction dans un contexte de baryogenèse.

- **Violation de \mathcal{C} et \mathcal{CP} .** Elle s'opère par les produits triples et prend sa source dans les constantes de couplage complexes des particules scalaires chargées avec les fermions.
- **Violation du nombre baryonique.** De ce côté, il est impératif de générer une projection non-nulle sur $B - L$, puisque les sphalerons laissent celle-ci inchangée tandis qu'ils réduiront à néant toute projection sur $B + L$. Dans les modèles à symétrie Gauche-Droite, les scalaires $\phi^+ - \phi^-$ s'insèrent dans des représentations de $B - L = 0$, alors que les neutrinos de cette théorie sont des particules de Majorana dont les désintégrations ne conservent pas le nombre leptonique, qui, par conséquent, n'est pas bien défini pour ces particules [30]. Donc le résultat de la réaction $e^+e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+$ est le suivant : $B - L(e^+e^-) = 0 \rightarrow B - L(\mu^-\bar{\nu}_\mu\phi^+) = -1 + \text{indéterminé} + 0$.
- **Écart à l'équilibre thermodynamique.** Comme on l'a vu plus haut, cette condition peut être réalisée lors d'une transition de phase. À la base, le modèle Gauche-Droite met sur un pied d'égalité les composantes gauchères et droitières des fermions, à l'aide de la symétrie $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L}$. Cette symétrie est ensuite brisée lors de deux transitions de phases successives qui brisent premièrement la symétrie $SU(2)_R$ puis ensuite $SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_{em}$ (transition électrofaible). C'est lors de la transition de

phase $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L}$ que l'on pourrait obtenir les conditions de déséquilibre nécessaires à notre scénario.

En conclusion, l'exemple étudié, construit à partir d'un modèle très sommaire, nous a permis de démontrer comment la dynamique d'une théorie des champs simple permet l'apparition de produits triples d'impulsions seulement, lesquels peuvent s'insérer dans un scénario de baryogenèse. Mais ceci ne représente qu'un premier pas vers la génération d'une asymétrie baryonique globale. Le suivant est de s'assurer que ces termes dynamiques conduisent à des effets statistiques nets lorsqu'on prend en considération l'ensemble des collisions. Cette question fera l'objet du prochain chapitre.

CHAPITRE 4

ESPACE DES PHASES

On a mentionné à plusieurs reprises que pour obtenir un effet de violation CP, il faut que l'asymétrie induite par la dynamique persiste dans des quantités observables, quantités qui diffèrent selon les conditions expérimentales. À ce titre, en cosmologie, on a très peu de contrôle sur les conditions expérimentales et observationnelles. Ceci restreint sévèrement les observables à partir desquelles on peut construire une meilleure connaissance de l'Univers juvénile ; celui-ci dissimule précieusement ses secrets. C'est ce qui explique, en grande partie, que les grands problèmes de la cosmologie, tels que la baryogenèse ou l'unification des forces, connaissent différentes «résolutions» par des scénarios que l'observation peut difficilement réfuter ou supporter.

En baryogenèse, la quantité observable que l'on tente ultimement d'expliquer est ce qu'on a appelé le nombre baryonique de l'Univers, N_B . Le temps est venu de se pencher sur la question suivante : « Les produits triples, dont on a montré par un exemple l'incidence sur la dynamique, peuvent-ils entraîner des effets observables sur le nombre baryonique de l'Univers ? »

4.1 Intégration «naïve»

Pour répondre à cette question, on sera amené à considérer une forme d'intégration sur l'espace des phases complet. On verra à la section 4.3 la forme exacte que prend cette intégration dans la théorie cinétique d'un univers en expansion. Naïvement, une extension directe du cas familier d'accélérateur (où on intègre sur les impulsions finales (équ. (1.19))) serait tout simplement d'étendre l'intégration aux particules initiales :

$$\int \frac{d^3 p_a}{2E_a} \frac{d^3 p_b}{2E_b} \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} \frac{d^3 k}{2E_3} |\mathcal{M}|^2 \delta^4(p_a + p_b - p_1 - p_2 - k). \quad (4.1)$$

Or l'amplitude qu'on étudie a la forme générale

$$|\mathcal{M}|^2 = f(p_i \cdot p_j) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_b^\mu p_2^\nu p_1^\rho k^\sigma, \quad (4.2)$$

où $f(p_i \cdot p_j)$ est une fonction quelconque de différents paramètres et des produits scalaires des quadrvecteurs du problème. En comparant l'intégrant pour deux configurations d'impulsions conjuguées sous inversion de l'espace, on peut se convaincre qu'une telle intégration doit être nulle. En effet,

$$\begin{aligned} (\vec{p}_a, \vec{p}_b, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{k}) &\xrightarrow{\mathcal{P}} (-\vec{p}_a, -\vec{p}_b, -\vec{p}_1, -\vec{p}_2, -\vec{k}) \\ E_i &\xrightarrow{\mathcal{P}} E_i \\ \delta^4(p_a + p_b - p_1 - p_2 - k) &\xrightarrow{\mathcal{P}} \delta^4(p_a + p_b - p_1 - p_2 - k) \\ p_i \cdot p_j &\xrightarrow{\mathcal{P}} p_i \cdot p_j \\ \Rightarrow f(p_i \cdot p_j) &\xrightarrow{\mathcal{P}} f(p_i \cdot p_j) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Pour sa part, pour qu'il soit non-nul, on doit retrouver dans le produit triple une énergie et 3 composantes d'impulsion. Alors les termes non-nuls sont de la forme :

$$Epppp \xrightarrow{\mathcal{P}} E(-1)^3 ppp = -Eppp \quad (4.4)$$

Donc l'intégrant est globalement impair sous inversion des impulsions : une configuration d'impulsions et son conjugué sous parité s'annulent deux à deux. Cette forme d'intégration naïve d'un produit triple est nécessairement nulle.

Pour espérer obtenir une contribution non-nulle d'un produit triple d'impulsions dans un cadre cosmologique, il sera donc impératif d'aller au-delà d'une telle extension naïve du contexte d'accélérateur. Dans la formulation complète, il sera nécessaire que se développe une certaine forme d'anisotropie qui préviendrait le genre d'annulation qu'on vient de décrire.

Avant de passer à la situation complète, il sera utile d'examiner une situation analogue dans le contexte plus familier des collisionneurs de particules. En accé-

lérateur, les impulsions initiales sont fixées, et l'argument de parité ne s'applique plus puisque la fonction $f(p_i \cdot p_j)$ n'est plus invariante si on inverse seulement les impulsions finales. Ce cas représente en quelque sorte un exemple simple et familier d'intégration anisotrope. À partir des conclusions qu'on pourra tirer dans ce contexte, on élargira ensuite nos considérations à une situation cosmologique, où on soulignera les différences et les similitudes entre les deux contextes.

4.2 Produits triples dans un contexte de collisionneur

Mentionnons immédiatement que, malgré que l'argument de parité ne s'applique plus dans ce cas-ci, on montrera sous peu que les produits triples n'ont pas de contribution une fois qu'on intègre adéquatement sur l'espace de phase.

Comme on sait, la résolution d'un problème peut prendre des chemins tortueux, et les conclusions, une fois établies, peuvent souvent être redérivées de manière plus simple et concise. Ainsi, dans les sections 4.2.1, 4.2.2, on retracera la voie que nous avons prise pour en arriver à nos conclusions. Puis en 4.2.3, on exposera un argument plus abstrait qui nous amène plus directement à destination. Le lecteur qui le désire peut omettre lesdites sections et passer à 4.2.3.

On cherche ici à développer une analyse de la situation qui pourra s'appliquer, avec des généralisations minimales, au cas cosmologique. À la différence des expériences de collisionneur, en cosmologie on est restreint à considérer les effets statistiques résultant de l'ensemble des collisions.

En accélérateur, une quantité de ce type est la section efficace d'une transition $i \rightarrow f$, *sans égard à l'impulsion* des particules qui composent l'état f (de leur côté, les particules formant l'état i ont des impulsions bien définies, fixées par l'énergie des faisceaux entrant en collision). La section efficace est donnée, dans la notation de la section 1.2.4, par

$$\sigma(i \rightarrow f) = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 k_j}{(2\pi)^{3n} 2E_{k_j}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum k_f - \sum p_i) |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2, \quad (4.5)$$

qu'on peut réécrire de la manière suivante,

$$\sigma(i \rightarrow f) = \frac{1}{F} I_n(i \rightarrow f), \quad (4.6)$$

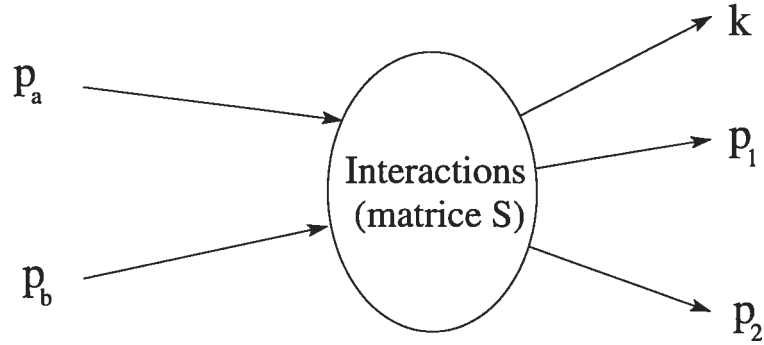
où $F \equiv \sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}$ est le facteur de flux, fixé par les faisceaux initiaux et $I_n(i \rightarrow f)$ est le terme intégral de (4.5), qui combine la dynamique et la cinématique de la réaction (l'indice n indique un état final à n particules).

Une fois qu'on connaît l'expression de l'élément de matrice invariant $|\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2$ en terme des impulsions et des autres paramètres du problème, il ne nous reste plus qu'à développer une technique pour intégrer $I_n(i \rightarrow f)$ et on connaîtra la section efficace.

4.2.1 Espace de phase d'une diffusion $2 \rightarrow 3$

La section qui suit comporte plusieurs détails techniques qui pourront s'avérer ardues lors d'une première lecture pour celui qui n'est pas familier avec les considérations d'intégrations sur l'espace des phases. Comme l'argumentation présentée n'est pas indispensable aux conclusions faisant l'objet de ce mémoire, il ne paraît pas opportun de faire une description plus extensive de ces considérations. Le lecteur intéressé se référera à [32].

Étudions plus en détails l'espace de phase associé à une diffusion impliquant deux particules incidentes et trois particules résultantes. On adoptera ici la notation du chapitre précédent (fig. 4.1).

FIG. 4.1 – Diffusion $2 \rightarrow 3$.

Explicitement, I_3 est donné par

$$I_3(i \rightarrow f) = \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3k}{2E_k} \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2} \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \quad (4.7)$$

C'est une intégrale sur l'espace des impulsions à $3n = 9$ variables. Mais la conservation d'énergie-impulsion en fixe quatre d'entre elles, ce qui sélectionne une «surface» de dimension 5 qu'on appelle l'espace des phases. Le problème qui se pose est de déterminer la forme de la surface 5-dimensionnelle, définie par le delta de Dirac, et la densité d'états sur cette surface. Ce problème est purement cinématique et l'amplitude invariante n'a aucune influence sur sa résolution. On la laissera tomber pour l'instant, en se souciant seulement de l'espace de phase «à vide» ($|\mathcal{M}|^2 = 1$). Une fois l'espace de phase bien défini, on pourra réinsérer l'amplitude au carré sans conséquence en l'évaluant selon les contraintes qu'impose la conservation d'énergie-impulsion.

On définit l'espace de phase à vide par

$$R_3 = \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3k}{2E_k} \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2} \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) . \quad (4.8)$$

La forme la plus simple pour R_3 s'obtient par factorisation de la diffusion $2 \rightarrow 3$ en imaginant une diffusion à deux corps suivie de la désintégration d'une des deux particules en deux autres particules. La figure 4.2 illustre ce schéma et fixe la

notation¹.

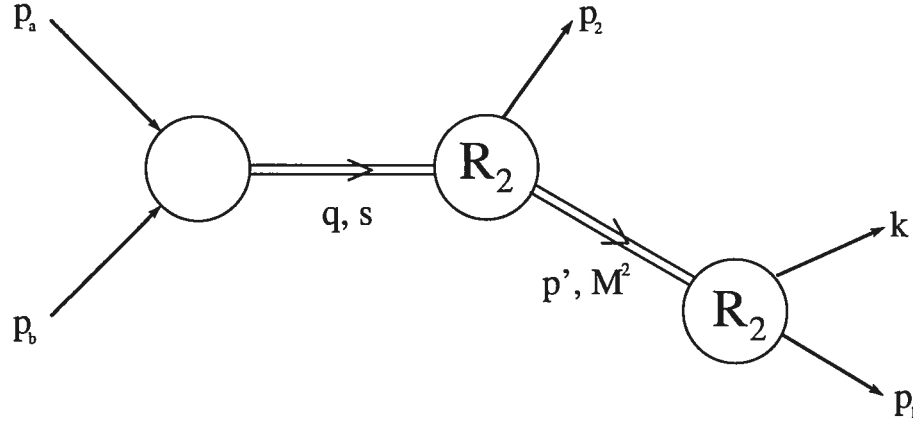


FIG. 4.2 – Factorisation d’une diffusion $2 \rightarrow 3$ par désintégrations successives. Pour les particules composites fictives, on indique la quadri-impulsion ainsi que le carré de la masse invariante.

L’avantage de ce point de vue est qu’il exploite la simplicité de l’espace de phase à deux particules finales (R_2), qui est bien connu, pour préciser un espace de phase plus complexe².

Rappelons certains éléments de l’espace de phase $R_2(s; m_i^2, m_j^2)$ d’une réaction d’énergie au centre de masse \sqrt{s} , dont les particules finales ont des masses m_i, m_j et des impulsions \vec{p}_i, \vec{p}_j . Dans le référentiel du centre de masse \mathcal{R}^{ij} ³, défini par $\vec{p}_i + \vec{p}_j = 0$,

- les particules sont diffusées dans des directions opposées, avec des impulsions dont la norme est indépendante de la direction de diffusion. Elle est complètement déterminée par l’énergie au centre de masse et les masses des particules résultantes :

$$|\vec{p}_i| = |\vec{p}_j| \equiv P^{ij}(s, m_i, m_j). \quad (4.9)$$

¹Notez bien que ce schéma est purement cinématique, et n’a pas à refléter ce qui se passe dynamiquement, les particules composites ne sont que des constructions mathématiques qui n’ont pas nécessairement d’existence physique.

²Pour s’en convaincre, on pourra comparer par exemple avec un traitement en terme des déterminants de Gram [31, 32].

³Dans ce qui suit, les quantités qui portent l’exposant ou l’indice ij sont évaluées dans \mathcal{R}^{ij} .

- Toutes les directions sont permises et aucune n'est favorisée : on intègre sur tous les $\Omega^{ij} = (\cos \theta_{ij}, \phi_{ij})$ et la densité d'états est indépendante de la direction.

La factorisation de R_3 en deux désintégrations successives à deux corps (R_2) est donnée par [32]

$$\begin{aligned} R_3(s) &= \int_{(m_1+m_k)^2}^{(\sqrt{s}-m_2)^2} dM^2 R_2(s; M^2, m_2^2) R_2(M^2; m_1^2, m_k^2) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{s}} \int_{m_1+m_k}^{\sqrt{s}-m_2} dM \int d\Omega^{ab} \frac{P^{ab}}{2} \int d\Omega^{1k} \frac{P^{1k}}{2}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

L'intégrale sur M reflète le partage de l'énergie disponible entre la particule 2 d'un côté, et la particule composite «1k» de l'autre. M est ce qu'on appelle la masse invariante de la particule composite. C'est en fait l'énergie portée par les particules 1 et k dans le référentiel du centre de masse de la particule composite, \mathcal{R}^{1k} : $M \equiv \sqrt{p^2} = \sqrt{(p_1 + k)^2}$.

Voici l'expression qu'on recherchait. Celle-ci définit explicitement la «surface» de l'espace de phase dans les cinq variables M , $\Omega^{ab} = (\cos \theta_{ab}, \phi_{ab})$, $\Omega^{1k} = (\cos \theta_{1k}, \phi_{1k})$. Dans ces variables, la région qui délimite les impulsions permises est extrêmement simple⁴ : c'est un «rectangle» de côtés $(m_1 + m_k) \leq M \leq (\sqrt{s} - m_2)$, $-1 \leq \cos \theta_{ab} \leq 1$, $0 \leq \phi_{ab} \leq 2\pi$, $-1 \leq \cos \theta_{1k} \leq 1$, $0 \leq \phi_{1k} \leq 2\pi$.

Comme on l'a déjà souligné, jusqu'ici on a seulement réalisé l'intégration du delta de Dirac, et on peut tout bonnement réinsérer $|\mathcal{M}|^2$ dans R_3 pour obtenir I_3 . Par contre, petite complication, comme les variables angulaires fixent la direction des vecteurs dans deux référentiels différents, on devra effectuer une transformation de Lorentz (prenant s, M, Ω^{ab} comme paramètres) pour exprimer chacun des vecteurs dans un référentiel commun et pouvoir évaluer $|\mathcal{M}|^2$.

⁴Comparer par exemple avec le traitement adopté dans [31] en terme des déterminants de Gram.

Ainsi,

$$I_3(i \rightarrow f) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int_{m_1+m_k}^{\sqrt{s}-m_2} dM \int d\Omega^{ab} \frac{P^{ab}}{2} \int d\Omega^{1k} \frac{P^{1k}}{2} |\mathcal{M}(M, \Omega^{ab}, \Omega^{1k})|^2 \quad (4.11)$$

où on a indiqué explicitement que l'amplitude est exprimée en terme des variables d'intégration choisies.

À cette étape, une fois l'espace de phase précisé, reste une intégrale conventionnelle à calculer. La plupart du temps, on calculera celle-ci numériquement. La forme explicite de I_3 donnée par (4.11) se prête particulièrement bien à la construction d'un algorithme Monte Carlo car elle a des bornes fixes, sans aucune dépendance sur les variables d'intégration. On fixe s , puis on génère de manière aléatoire des valeurs pour $M, \cos \theta_{ab}, \phi_{ab}, \cos \theta_{1k}, \phi_{1k}$. Comme on aura préalablement exprimé $|\mathcal{M}|^2$ dans ces variables à l'aide d'une transformation de Lorentz générale, on n'a qu'à faire la somme sur l'ensemble des points générés.

L'intégration numérique de I_3 pour certains processus, dont celui de l'exemple présenté au chapitre précédent, a été réalisée à l'aide de cette méthode — on a aussi développé une technique alternative (et bien moins directe !) qui se base sur la détermination de la région d'intégration à l'aide des déterminants de Gram [31,32]. Les résultats obtenus nous ont dirigé vers les conclusions qu'on expose de manière analytique dans les sections qui suivent.

4.2.2 Un argument géométrique

Maintenant qu'on connaît bien la région des impulsions permises, délimitée par la conservation de l'énergie-impulsion, on est en mesure de fournir un argument géométrique démontrant que les produits triples d'impulsions ne peuvent amener de contribution à la section efficace $\sigma(i \rightarrow f)$ dans le contexte des collisionneurs.

Pour démontrer ceci, la technique de factorisation de l'espace de phase nous fournit un cadre idéal. Rappelons que l'amplitude qu'on étudie a la forme générale

$$|\mathcal{M}|^2 = f(p_i \cdot p_j) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_b^\mu p_2^\nu p_1^\rho k^\sigma, \quad (4.12)$$

où $f(p_i \cdot p_j)$ est une fonction quelconque de différents paramètres et des produits scalaires des quadrivecteurs du problème.

Les éléments clés que fait ressortir la factorisation sont les suivants : dans le référentiel \mathcal{R}^{1k} de la particule composite, où $\vec{p}_1 + \vec{k} = 0$,

1. les particules issues de la « désintégration » partent dans des directions opposées (i.e. \vec{p}_1 et \vec{k} sont colinéaires),
2. on intègre sur l'ensemble des directions Ω^{1k} , et ce de manière uniforme⁵
3. \vec{p}_a^{1k} , \vec{p}_b^{1k} et \vec{p}_2^{1k} font partie d'un même plan (voir plus bas).

Pour évaluer I_3 , plaçons-nous donc dans le référentiel \mathcal{R}^{1k} . Explicitement, on a quatre types de terme (éq. 1.25) :

$$\begin{aligned}
 & E_b \vec{p}_2 \cdot (\vec{p}_1 \times \vec{k}), \\
 & E_2 \vec{p}_b \cdot (\vec{p}_1 \times \vec{k}), \\
 & E_k \vec{p}_1 \cdot (\vec{p}_b \times \vec{p}_2), \\
 & E_1 \vec{k} \cdot (\vec{p}_b \times \vec{p}_2).
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

On peut éliminer immédiatement les deux premiers puisque \vec{p}_1 et \vec{k} sont colinéaires. Pour la même raison, les deux derniers ont un rôle équivalent pour notre argumentation ; prenons par exemple le quatrième. Dans le calcul de I_3 (éq.(4.11)), considérons l'intégrale sur toutes les directions possibles de \vec{k} , à \vec{p}_a , \vec{p}_b , \vec{p}_2 fixés :

$$(\vec{p}_b \times \vec{p}_2) \cdot \int \vec{k} f(p_i \cdot p_j) E_1 d\Omega^{1k}. \tag{4.14}$$

$f(p_i \cdot p_j)$ est une fonction des énergies et des produits scalaires vectoriels entre toutes les impulsions. Par contre, les seules dépendances significatives pour cette intégration sont celles qui impliquent \vec{k} (mis à part $\vec{p}_1 \cdot \vec{k} \propto |\vec{k}|^2$) :

$$f(p_i \cdot p_j) = f(\vec{p}_a \cdot \vec{k}, \vec{p}_b \cdot \vec{k}, \vec{p}_2 \cdot \vec{k}). \tag{4.15}$$

⁵C'est-à-dire que la densité d'états est indépendante de la direction.

Remarquons que \vec{p}_a , \vec{p}_b et \vec{p}_2 font tous partie d'un même plan car, dans \mathcal{R}^{1k} , la conservation de l'impulsion revient à $\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_2 = 0$. Alors, on peut exprimer \vec{k} en composantes parallèle et perpendiculaire au plan Π_{b2} défini par (\vec{p}_b, \vec{p}_2) : $\vec{k} = \vec{k}_{\parallel} + \vec{k}_{\perp}$. Ainsi,

$$f(p_i \cdot p_j) = f(\vec{p}_a \cdot \vec{k}_{\parallel}, \vec{p}_b \cdot \vec{k}_{\parallel}, \vec{p}_2 \cdot \vec{k}_{\parallel}) \quad (4.16)$$

En considérant la contribution à l'intégrale du vecteur \vec{k} et celle de la réflexion de celui-ci par rapport au plan Π_{b2} , $\vec{k}' = \vec{k}_{\parallel} - \vec{k}_{\perp}$, on voit immédiatement (fig 4.3) que

$$f(p_i \cdot p_j) \vec{k} + f(p_i \cdot p_j) \vec{k}' \propto \vec{k}_{\parallel} \quad (4.17)$$

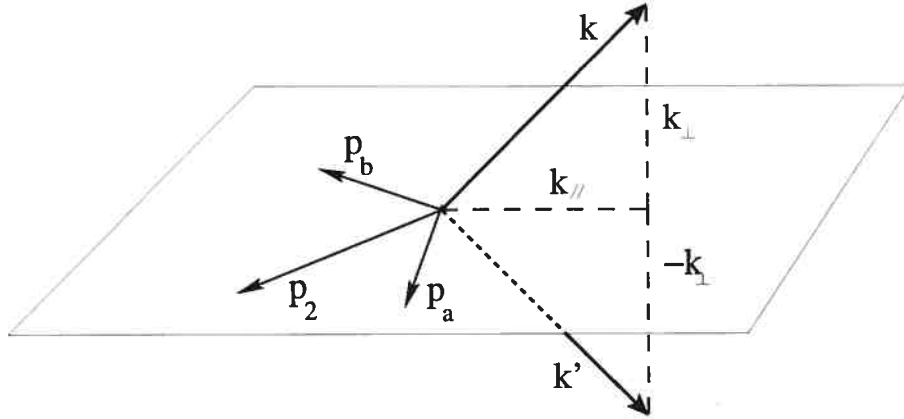


FIG. 4.3 – Dans \mathcal{R}^{1k} , annulation deux à deux des composantes de l'intégrand perpendiculaires à Π_{b2} .

C'est à dire que, dans l'intégrale, les composantes perpendiculaires s'annulent deux à deux et

$$\int \vec{k} f(p_i \cdot p_j) d\Omega^{1k} \propto \vec{k}_{\parallel} \Rightarrow (\vec{p}_b \times \vec{p}_2) \cdot \int \vec{k} f(p_i \cdot p_j) E_1 d\Omega^{1k} = 0. \quad (4.18)$$

L'argument vaut aussi bien pour le troisième type de terme.

On conclut donc que les termes en produit triple de quatre impulsions ne

peuvent pas contribuer à la section efficace d'une diffusion $2 \rightarrow 3$. C'est la nature antisymétrique des PT, combinée avec la liberté que fournit l'espace des phases qui assurent que la somme des effets de chacune des configurations d'impulsions s'annule globalement.

4.2.3 Produits triples et vecteurs significatifs

Maintenant qu'on a démontré ce résultat par un argument géométrique, on peut arriver à la même conclusion d'une manière plus générale, mais un peu plus abstraite.

On cherche à calculer I_3 dans un référentiel quelconque où les faisceaux qui entrent en collision ne sont pas nécessairement colinéaires. Dans la notation de la figure 4.1,

$$\begin{aligned} I_3(i \rightarrow f) &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3k}{2E_k} \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2} \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) |\mathcal{M}(i \rightarrow f)|^2 \\ &= \frac{1}{(2\pi)^5} \int \frac{d^3k}{2E_k} \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2} \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) \\ &\quad f(p_i \cdot p_j) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_b^\mu p_1^\nu p_2^\rho k^\sigma. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Comme l'indique (4.13), un terme typique prend la forme

$$E_b \epsilon_{lmn} \int k^l p_1^m p_2^n f(p_i \cdot p_j) \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3k}{2E_k} \frac{d^3p_1}{2E_1} \frac{d^3p_2}{2E_2}. \quad (4.20)$$

Lorsqu'on intègre sur une impulsion, le résultat de l'intégrale est indépendant de celle-ci, et l'indice tensoriel qu'elle portait dans l'intégrand doit maintenant être porté par un des autres vecteurs du problème. En intégrant successivement sur chacune des impulsions, on se retrouve finalement avec une quantité tensorielle qui peut dépendre de \vec{p}_a et \vec{p}_b uniquement, puisque ce sont les seuls vecteurs qui restent disponibles :

$$\int k^l p_1^m p_2^n f(p_i \cdot p_j) \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) \frac{d^3 k}{2E_k} \frac{d^3 p_1}{2E_1} \frac{d^3 p_2}{2E_2} = \\ (a p_a^l + b p_b^l)(c p_a^m + d p_b^m)(g p_a^n + h p_b^n), \quad (4.21)$$

où les coefficients dépendent de la fonction qu'on intègre.

Tous les termes de (4.21) étant symétriques en au moins deux indices, leur contraction avec le tenseur antisymétrique ϵ_{lmn} est nulle,

$$\epsilon_{lmn}(a p_a^l + b p_b^l)(c p_a^m + d p_b^m)(g p_a^n + h p_b^n) = 0. \quad (4.22)$$

Comme l'argument est valide pour chacun des termes de (4.13), on conclut de cette manière que les produits triples d'impulsions seulement n'ont pas d'effet observable sur la section efficace d'un processus dans un contexte de collisionneur.

Notons que cette analyse a l'avantage de ne reposer sur aucune particularité des diffusions $2 \rightarrow 3$, elle est valable pour toute réaction $1 \rightarrow n$ ou $2 \rightarrow n$. Essentially, ces réactions n'impliquent pas suffisamment de quantités vectorielles significatives pour qu'un terme antisymétrique en trois indices apparaisse.

Remarquez que ceci ne signifie pas que les termes en produit triple ne peuvent avoir aucun effet observable dans les collisionneurs, mais plutôt que le type d'observables qui sont indépendants des spins et des impulsions finales ne peuvent subir l'influence de termes dynamiques en produit triple.

4.3 Produits triples dans un contexte cosmologique

On a conclu dans la section précédente que les termes en produit triple d'impulsions n'apporteront pas de contribution à une section efficace; la raison étant que la nature antisymétrique des PT exige la présence de trois quantités vectorielles indépendantes, alors que, dans un contexte de collisionneur (même asymétrique), les seuls vecteurs significatifs sont les impulsions des faisceaux \vec{p}_a, \vec{p}_b .

À partir de cette constatation, on élargira ici ce résultat au contexte cosmolo-

gique, en remarquant que l'argument de base n'est pas altéré par les modifications qu'apporte ce scénario.

Prenons maintenant quelques lignes pour préciser la manière dont on traite l'espace des phases dans la théorie cinétique, qu'on applique au contexte spécifique d'un univers en expansion⁶.

Tôt dans l'Univers, on est en présence d'un gaz hautement énergétique de particules de différents types qui entrent en interaction par le biais de collisions, le tout se déroulant dans une « géométrie » en expansion. Les quantités thermodynamiques qui décrivent le système, notamment la densité baryonique nette n_B , sont déterminées par l'ensemble des fonctions de distribution dans l'espace des phases pour chaque type de particule, $f(p^\mu, x^\mu)$ ⁷.

Pendant la période de baryogenèse, ce gaz n'est pas en condition d'équilibre ; les fonctions de distribution connaissent des variations dont l'évolution, pour un type donné de particule a , répond à l'équation de Boltzmann

$$\hat{L}[f_a] = C[f_a] \quad (4.23)$$

où \hat{L} est l'opérateur de Liouville et C est l'opérateur de collision. \hat{L} décrit la propagation « libre » des particules (sans interaction entre elles), alors que C introduit l'effet des collisions entre particules. L'opérateur de Liouville relativiste est donné par

$$\hat{L} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha}. \quad (4.24)$$

Remarquez que l'expansion de l'Univers entre en jeu à travers de la connection métrique $\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha$. En insérant la métrique de Robertson-Walker, puis en intégrant sur

⁶On pourra trouver un survol de ce sujet dans [18]. Pour un traitement complet de la théorie cinétique dans un univers en expansion, voir [33].

⁷Ici, l'évolution des fonctions de distribution dans le temps et l'espace nous intéresse ; on réinsère explicitement cette dépendance.

les impulsions de a , l'équation de Boltzmann donne l'évolution de la densité n_a [18],

$$\frac{dn_a}{dt} + \frac{\dot{R}}{R}n_a = \frac{g_a}{(2\pi)^3} \int C[f_a] \frac{d^3p}{E}. \quad (4.25)$$

Le terme de collision pour un processus $a + b \longleftrightarrow 1 + 2 + k$ s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{g_a}{(2\pi)^3} \int C[f_a] \frac{d^3p_a}{E_a} = & - \int \frac{g_a}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_a}{E_a} \cdots \frac{g_k}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{E_k} \\ & (2\pi)^4 \times \delta^{(4)}(k + p_1 + p_2 - p_a - p_b) \\ & (|\mathcal{M}|_{a+b \rightarrow 1+2+k}^2 f_a f_b (1 \pm f_1)(1 \pm f_2)(1 \pm f_k) \\ & |\mathcal{M}|_{1+2+k \rightarrow a+b}^2 f_1 f_2 f_k (1 \pm f_a)(1 \pm f_b)), \end{aligned} \quad (4.26)$$

où le (+) s'applique aux bosons, le (−) aux fermions et g_i est le nombre de degré de liberté de la particule i . Cette relation se généralise de façon évidente à un processus quelconque.

Il y a une équation de Boltzmann pour chaque type de particule, et le terme de collision devrait tenir compte de tout processus significatif pour l'évolution de la densité en question. Le tout nous donne un système d'équations intégrodifférentielles à résoudre pour les fonctions de distribution des particules impliquées.

Maintenant, pour qu'un produit triple ait quelque influence que ce soit en baryogenèse, il devra évidemment apparaître dans le terme de collision. Ce dernier diffère de la quantité I_3 qu'on a considérée plus tôt par les faits suivants :

- on intègre sur les impulsions de toutes les particules impliquées dans le processus, et pas seulement les impulsions finales,
- le produit des fonctions de distribution modifie la densité d'états dans l'intégration de l'amplitude au carré,
- on a la présence du processus inverse.

On pourrait espérer que les fonctions de distribution apportent des poids différents aux quantités qui s'annulaient deux à deux dans le cas où ces distributions étaient absentes (voir les sections 4.1, 4.2.2). C'est une des voies qu'on a exploré.

Les f_i sont des fonctions scalaires, qui dépendent des impulsions ou d'autres quantités vectorielles à travers de produits scalaires. À ce titre, si elles n'introduisent pas de nouveaux vecteurs, alors on peut les absorber dans $f(p_i \cdot p_j)$ et ces distributions s'insèrent sans modification dans l'argument présenté à la section 4.2.3. Comme on intègre dorénavant sur toutes les impulsions, la situation est encore pire en cosmologie ; \vec{p}_a et \vec{p}_b s'effacent du portrait en ne nous laissant aucune quantité vectorielle.

Dans les scénarios de baryogenèse par désintégration de particules ultra-massives, le contexte n'introduit pas de direction privilégiée. D'un autre côté, les scénarios qui rompent l'équilibre sous l'action d'une transition de phase procèdent par nucléation. Les parois d'une bulle de transition se propagent radialement à une vitesse \vec{v} . Ce vecteur se retrouvera naturellement dans les fonctions de distribution, puisque c'est l'expansion de la bulle qui provoque le déséquilibre que décrivent les distributions. Mais encore, on n'a qu'une nouvelle quantité vectorielle, et comme les impulsions initiales ne sont plus de la partie, ce ne sera pas suffisant pour réanimer les produits triples.

En poussant plus loin, lors d'une transition de phase, la nucléation a lieu en différents points de l'espace, et à différents temps. La transition est complétée lorsque toutes les bulles se sont fusionnées et recouvrent l'Univers entier. On pourrait imaginer que lorsque deux bulles sphériques entrent en collision, l'interaction entre les parois des bulles déforment celles-ci et introduit certaines asymétries dont l'effet serait de dégager plusieurs directions qui ne seraient pas équivalentes.

Ou encore, on pourrait postuler l'existence d'un mécanisme qui provoque une expansion à des vitesses différentes dans les trois directions de l'espace, ce qui fournirait trois vecteurs indépendants. Un tel mécanisme nécessiterait par contre des conditions anisotropes pour se développer.

Sans écarter complètement de telles possibilités, on est toutefois forcé d'admettre que les scénarios cosmologiques les plus naturels ne laissent aucune place à des effets dynamiques par produit triple. Seul des modèles plutôt exotiques pourraient fournir assez d'espace de manoeuvre pour que de la violation CP par produit

triple puisse s'exprimer statistiquement.

CONCLUSION

Pour conclure, des effets par corrélation en produit triple ont déjà été observés dans des expériences d'accélérateurs de particules et certaines mesures comportent de la violation CP. Mais il apparaît que la nature antisymétrique des PT limite fortement le type d'observable où ils peuvent se manifester. Par exemple, on a montré que la section efficace totale d'une collision entre faisceaux non-polarisés ne peut contenir de tels termes.

La violation CP étant reconnue comme un élément essentiel à la baryogenèse, l'objet de ce mémoire était de se pencher sur la possibilité que des effets par produit triple en soient la source. Force est de constater que, bien qu'on ait pas écarté complètement cette possibilité dans le cadre de scénarios cosmologique plutôt exotiques, les modèles les plus naturels n'admettent pas de contribution par produit triple au nombre baryonique de l'Univers.

ANNEXE I

IDENTITÉS UTILES

Définitions

$$\gamma_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad (\text{I.1})$$

$$\gamma_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (\text{I.2})$$

$$\epsilon(v_1, v_2, v_3, v_4) \equiv \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} v_1^\mu v_2^\nu v_3^\rho v_4^\sigma \quad (\text{I.3})$$

Relations

$$\sum_{\text{spins}} u(p, s) \bar{u}(p, s) = (\not{p} + m) \quad (\text{I.4})$$

$$\sum_{\text{spins}} v(p, s) \bar{v}(p, s) = (\not{p} - m) \quad (\text{I.5})$$

$$\gamma_L \gamma^\mu = \gamma^\mu \gamma_R \quad (\text{I.6})$$

$$\gamma_L^2 = \gamma_L \quad (\text{I.7})$$

$$\gamma_R \gamma_L = 0 \quad (\text{I.8})$$

$$\gamma_L \gamma_5 = \gamma_5 \gamma_L = -\gamma_L \quad (\text{I.9})$$

$$\gamma_R \gamma_5 = \gamma_5 \gamma_R = \gamma_R \quad (\text{I.10})$$

La trace du produit d'un nombre impair de matrices gamma est nulle.

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu} \quad (\text{I.11})$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma] = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\rho\nu} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}) \quad (\text{I.12})$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_5] = 0 \quad (\text{I.13})$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_5] = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (\text{I.14})$$

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\lambda} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = -\delta_\alpha^\nu (\delta_\beta^\rho \delta_\lambda^\sigma - \delta_\lambda^\sigma \delta_\beta^\rho) + \delta_\beta^\nu (\delta_\alpha^\rho \delta_\lambda^\sigma - \delta_\lambda^\sigma \delta_\alpha^\rho) - \delta_\lambda^\nu (\delta_\alpha^\rho \delta_\beta^\sigma - \delta_\beta^\sigma \delta_\alpha^\rho) \quad (\text{I.15})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A.D. Sakharov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma* **5**, 32 (1967).
- [2] S.P. Ahlen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **248**, 1179 (1988)
- [3] A.G. Cohen *et al.* *Astrophys. J.* , **495**, 539, (1998).
- [4] A.D. Dolgov, hep-ph/0511213.
- [5] Voir, par exemple, KEK Experiment E246, Technical Note No. 28.
- [6] T.D. Lee et C.N. Yang, *Phys.Rev.* **104**, 254 (1956).
- [7] R.L. Garwin *et al.*, *Physical Review* **105** , 1415 (1957).
- [8] J.H. Christenson *et al.*, *Phys.Rev.Lett.* **13** 138 (1964).
- [9] Particle Data Group, K. Hagiwara *et al.*, *Phys. Rev.* **D66** 010001 (2002).
- [10] M. Kobayashi, T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** 652 (1973).
- [11] A.B. Carter, A.I. Sanda, *Phys. Rev. D* **23** 1567 (1981).
- [12] I.I. Bigi, A.I. Sanda, *Nucl. Phys. B* **193** 85 (1981).
- [13] KTeV Collab., A. Alavi-Harati *et al.*, *Phys. Rev.* **D67** 012005 (2003); NA48 Collab., A. Lai *et al.*, *Eur. Phys. J. C***22** 231 (2001).
- [14] S. Eidelman *et al.*, *Phys. Lett., B* **592**, 1 (2004).
- [15] I.I. Bigi, hep-ph/0411138.
- [16] Pour une étude des produits triples dans $B \rightarrow V_1 V_2$ dans le MS et au-delà, voir A. Datta and D. London, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**, 2505 (2004).
- [17] K. Abe *et al.* [BELLE Collaboration], hep-ex/0408111; B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], hep-ex/0408127.
- [18] E.W. Kolb et M.S. Turner, «The Early Universe», Addison-Wesly Publishing Company, (1990).
- [19] G. 't Hooft, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 8 (1976).
- [20] A. Riotto, hep-ph/9805474.

- [21] M. Trodden, hep-ph/9803479.
- [22] A. Riotto, M. Trodden, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49**, 35 (1999).
- [23] G. Segrè et M.S. Turner, *Phys. Lett.* **B99**, 339 (1981).
- [24] G. Cowan, Lecture Notes on Particle Astrophysics, RHUL, (2003).
- [25] N. Petropoulos, hep-ph/0303275.
- [26] M. Gell-Mann *et al.*, dans *Supergravity*, éd. P. Van Nieuwenhuizen and D.Z. Freedman, North Holland (1979).
- [27] G.C. Branco *et al.*, «CP Violation», Oxford University Press, (1999).
- [28] I.I. Bigi et A.I. Sanda, «CP Violation», Cambridge University Press, (2000).
- [29] K. Kiers *et al.*, *Phys.Rev.* **D71**, 115015 (2005), hep-ph/0503115.
- [30] K. Kiers *et al.*, *Phys.Rev.* **D73**, 033009 (2006), hep-ph/0510274. *Phys.Rev.* **D73** (2006) 033009.
- [31] A.A. Bolokhov, *et al.*, hep-ph/9601264.
- [32] Pour un traitement en détails de la cinématique des particules, voir E. Byckling et K. Kajantie, «Particle Kinematics», John Wiley and sons, (1973).
- [33] J. Bernstein, «Kinetic Theory in the Expanding Universe», Cambridge University Presse, (1988).
- [34] M. Peskin et D. Schroeder, «An Introduction to Quantum Field Theory », Westview Press, (1995).
- [35] D. Griffiths, «Introduction to Elementary Particles», John Wiley and sons, (1987).
- [36] C. Quigg, «Gauge theory of the Strong, Weak and Eletromagnetic Interactions», Benjamin-Cummings Publishing Company, (1983).
- [37] G. Börner, «The Early Universe : facts and fiction», Springer-Verlag, (2003).